

UNIVERSITÀ DI ROMA “TOR VERGATA”

Analisi Matematica II per Ingegneria — Prof. C. Sinestrari

Risposte (sintetiche) agli esercizi del 19.XI.2022

1. (a) Il punto  $P_1$  non appartiene a  $\Gamma$ . Il punto  $P_2$  appartiene, ma non è regolare. Il punto  $P_3$  appartiene, si può applicare il teor. di Dini e la retta tangente ha equazione  $x + y = 1$ .  
(b) Solo  $P_3$  appartiene a  $\Gamma$ ; è regolare e la retta tangente ha equazione  $-x + 4y = 6$ .  
(c) I punti  $P_1, P_2$  appartengono a  $\Gamma$ .  $P_1$  non è regolare, mentre  $P_2$  lo è e la retta tangente ha equazione  $y = 0$ .  
(d) I punti  $P_2$  e  $P_3$  appartengono alla curva e sono entrambi regolari; le rette tangenti sono rispettivamente  $11x + 6y = 23$  e  $11x - 6y = 23$ .
2. (a) Posto  $F(x, y) = x^4 - y^2$ , si ha che  $\nabla F(x, y) = (0, 0)$  solo per  $(x, y) = (0, 0)$ , che non appartiene a  $\Gamma$ . Quindi  $\Gamma$  è regolare.  
(b)  $F$  è la stessa di (a), ma stavolta  $(0, 0)$  appartiene a  $\Gamma$ , che quindi contiene un punto non regolare.  
(c) Posto  $F(x, y) = x^2 - 4x + 4y^2$ , si ha che  $\nabla F$  si annulla solo per  $(x, y) = (2, 0)$ . Poiché tale punto non appartiene alla curva, la curva è regolare.  
(d) Posto  $F(x, y) = y^4 + x^2 + 4x$ , si ha che  $\nabla F$  si annulla solo per  $(x, y) = (-2, 0)$ . Poiché tale punto non appartiene alla curva, la curva è regolare.
3. (a)  $\max f = 1, \min f = -\frac{5}{4}$ ;  
(b)  $\max f = \sqrt[4]{2}, \min f = -\sqrt[4]{2}$ ;  
(c)  $\max f = 3, \min f = -3$ ;  
(d)  $\max f = 29, \min f = -11$ ;  
(e)  $\max f = 58, \min f = -6$ ;  
(f)  $\max f = 113, \min f = -15$ .
4. Se  $0 \leq a \leq 1/2$  allora  $\max f = 1, \min f = -1$ .  
Se  $a > 1/2$ , allora  $\max f = \frac{4a^2 + 1}{4a}, \min f = -1$ .
5. (a)  $\max f = 4, \min f = 0$ ;  
(b)  $\max f = 4, \min f = -4$ ;  
(c)  $\max f = \sqrt{2}, \min f = -\sqrt{2}$ ;  
(d)  $\max f = \frac{1}{4}, \min f = -12$ ;  
(e)  $\max f = 1, \min f = 0$  (NB  $f$  è costante sul bordo del cerchio, quindi tutti i punti del bordo sono punti critici vincolati).

6. Se  $R \leq 5/2$ , allora  $\max f = -R^2 + 5R$ ,  $\min f = -R^2 - 5R$ . Se  $R \geq 5/2$ , allora  $\max f = 25/4$ ,  $\min f = -R^2 - 5R$ .
7. (a)  $\max_{\Gamma} f = 10$ ,  $\min_{\Gamma} f = -10$   
(b)  $\max_K f = 10$ ,  $\min_K f = -10$   
(c)  $\max_C f = 3 + 4\sqrt{3}$ ,  $\min_C f = -10$ .
8. (a)  $\max_{\Gamma} f = 1/2$ ,  $\min_{\Gamma} f = -4$   
(b)  $\max_K f = 1/2$ ,  $\min_K f = -4$   
(c)  $\max_C f = 0$ ,  $\min_C f = -4$ .
9. (a)  $\max f = 3$ ,  $\min f = 18 - 12\sqrt{2}$   
(b)  $\max f = 2$ ,  $\min f = -\sqrt{2}$ ;  
(c)  $\max f = -1/2$ ,  $\min f = -4$   
(d)  $\max f = 6$ ,  $\min f = 3/4$   
(e)  $\max f = 1$ ,  $\min f = -1$   
(f)  $\max f = 2\sqrt{5}$ ,  $\min f = -2\sqrt{5}$ ;  
(g)  $\max f = \frac{25}{8}$ ,  $\min f = -3$ ;  
(h)  $\max f = 0$ ,  $\min f = -4$ ;  
(i)  $\max f = 14 + \sqrt{3}$ ,  $\min f = 4\sqrt{3}$ .