UNIVERSITÀ DI ROMA "TOR VERGATA"

Analisi Matematica II per Ingegneria — Prof. C. Sinestrari

Esercizi – 14.X.2022

1. Risolvere i seguenti problemi di Cauchy:
   (a) $y'' + 4y = 0$ con condizioni iniziali $y(0) = 3$, $y'(0) = -4$.
   (b) $y'' + 3y' + 2y = 0$ con condizioni iniziali $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.
   (c) $y'' + 2y' + 2y = 0$ con condizioni iniziali $y(0) = 0$, $y'(0) = -2$.
   (d) $y'' + y' - 2y = 0$ con condizioni iniziali $y(0) = -1$, $y'(0) = 0$.
   (e) $y'' - 6y' + 9y = 0$ con condizioni iniziali $y(0) = 2$, $y'(0) = -1$.

2. Risolvere i seguenti problemi di Cauchy:
   (a) $y''' + 4y' = 0$ con condizioni iniziali $y(0) = 1$, $y'(0) = -2$, $y''(0) = 8$.
   (b) $y''' - y'' + y' - y = 0$ con condizioni iniziali $y(0) = 4$, $y'(0) = 1$, $y''(0) = 0$.
   (c) $y^{(iv)} + 2y'' + y = 0$ con condizioni iniziali $y(0) = y'(0) = y''(0) = 0$, $y'''(0) = 1$.
   (d) $y^{(iv)} - y = 0$ con condizioni iniziali $y(0) = 3$, $y'(0) = 2$, $y''(0) = -3$, $y'''(0) = -6$.

3. Trovare un integrale particolare delle seguenti equazioni:
   (a) $y'' + 3y' = 2 \operatorname{sen} x$.
   (b) $y'' + 2y' + 2y = \cos 2x$.
   (c) $y'' - 3y' + 2y = e^{2x}$.
   (d) $y'' + 6y' + 9y = e^{-3x}$.
   (e) $y'' + 4y = \operatorname{sen} 2x$.

4. Determinare l'integrale generale delle seguenti equazioni:
   (a) $y'' + 4y' - 21y = 3e^{2x}$
   (b) $y'' + 6y' + 8y = 16x^2 - 14$
   (c) $y'' + 9y = 2e^x + 9x - 18$
   (d) $y'' - 4y' + 20y = 10e^{4x} - 5x + 1$.

5. Risolvere i seguenti problemi di Cauchy

   (a) $y'' + 2y' + 5y = 15x + 16$ con condizioni iniziali $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$.
   (b) $y'' - 5y' + 4y = 5\cos 2x$ con condizioni iniziali $y(0) = 0$, $y'(0) = 2$
   (c) $y'' + y' - 6y = e^{2x}$ con condizioni iniziali $y(0) = -1$, $y'(0) = -5$
   (d) $y'' - 6y' + 10y = 5x - 18$ con condizioni iniziali $y(0) = -1$, $y'(0) = 2$.
   (e) $y'' + 4y' + 4y = 32e^{2x}$ con condizioni iniziali $y(0) = 3$, $y'(0) = 1$.
   (f) $y'' + 6y' + 10y = e^{-3x}$ con condizioni iniziali $y(0) = 0$, $y'(0) = 3$.

6. Sia $a > 0$ un parametro reale. Si dica per quali valori di a il problema

$$y'' + ay = 0\,, \quad y(0) = 0\,, \quad y(\pi) = 0$$

   possiede soluzioni diverse da quella nulla.

7. In ciascuno dei casi seguenti, dire se l'insieme descritto è un sottospazio dello spazio vettoriale di tutte le funzioni $y(x)$ da $\mathbb{R}$ a $\mathbb{R}$.

   (a) Le funzioni $y(x)$ tali che $y(1) = 0$.
   (b) Le funzioni $y(x)$ tali che $y(0) = 1$.
   (c) Le funzioni $y(x)$ periodiche di periodo 2π.
   (d) Le funzioni tali che $y(x) \leq 1$ per ogni $x \in \mathbb{R}$.
   (e) Le funzioni continue.
   (f) Le funzioni positive.
   (g) Le funzioni di segno costante.
   (h) I polinomi.
   (i) Le funzioni tali che $\frac{y(x)}{x} \to 0$ per $x \to +\infty$.
   (j) Le soluzioni dell'equazione $y'' + x^3y' + (\operatorname{sen} x)y = 0$.
   (k) Le soluzioni dell'equazione $y' + xy^2 = 0$.
   (l) Le soluzioni dell'equazione $y'' + y = 1$.

Vedere anche ad es. il §4B, 4C, 4E del libro di Marcellini-Sbordone (vol.2 parte prima) e il §5.2 del libro di Salsa-Squellati.