

UNIVERSITÀ DI ROMA “TOR VERGATA”

Analisi Matematica II per e Ing. Civile e Ambientale e Ing. Medica

Prova scritta del 5.IX.2019 — Compito n.

1. Trovare i punti critici di $f(x, y) = (x + 3)(x^2 + y^2 - 9)$ e dire se sono di max/min locale.

2. Sia data la funzione $f(x, y) = 3x^2 + y^2 - 4y$.

(a) Trovare max e min assoluto di f su $\Gamma = \{(x, y) : x^2 + y^2 = 2\}$.

(b) Trovare max e min assoluto di f su $C = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 2, y - x^2 \geq 0\}$.

3. Calcolare l'integrale di $f(x, y, z) = y^2 + z^3 - 1$ sull'insieme

$$\Omega = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, x^2 + y^2 \geq 1\}.$$

4. Si consideri la curva di equazione parametrica

$$\gamma(t) = (2t, t^4), \quad t \in [0, 1].$$

(a) Mostrare che la lunghezza di γ è compresa tra 2 e $\sqrt{20}$.

(b) Calcolare l'integrale $\int_{\gamma} x(x^4 - 4y) ds$.

(c) Trovare un potenziale del campo $\mathbf{F} = 4xe^{x^2-3y} \hat{i} + (10y^9 - 6e^{x^2-3y}) \hat{j}$ e calcolare l'integrale di F su γ .

5. (solo per Ing. Medica) Si consideri il campo vettoriale

$$\mathbf{F} = z^2(2x - y) \hat{i} + xz^2 \hat{j} + x \hat{k}$$

e la superficie Σ di equazione

$$\sigma(u, v) = (2 \cos u, 2 \sin u, v), \quad (u, v) \in [0, 2\pi] \times [1, 2]$$

con orientazione scelta a piacere. Calcolare il flusso attraverso Σ del rotore di \mathbf{F} sia usando la definizione che usando il teorema di Stokes e verificare che i risultati ottenuti sono uguali.

6. (solo per Ing. Civile e Ambientale)

(a) Trovare la soluzione dell'equazione differenziale

$$y'' - 2y' + 5y = 10e^{3x}$$

che soddisfa le condizioni iniziali $y(0) = 0, y'(0) = 1$.

(b) Mostrare che, qualunque siano le condizioni iniziali, tutte le soluzioni dell'equazione in (a) soddisfano $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) = +\infty$.