

UNIVERSITÀ DI ROMA “TOR VERGATA”

Analisi Matematica II per Ing. Civile-Ambientale, Elettronica, Tecn. Internet

Prova scritta del 5.VII.2016 — Compito n.

1. (6 punti - da svolgere solo per Ing. Elettronica, Internet)

Trovare i punti critici della funzione $f(x, y) = x^2 + 2y^4(x + 1)$ e dire se sono di massimo o minimo locale.

2. (7 punti) Calcolare

$$\iiint_{\Omega} (1 + x^2z + xy) dx dy dz$$

dove

$$\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, x \leq 0, z \geq -1\}.$$

3. (6 punti) Si consideri il campo vettoriale $\mathbf{F}(x, y) = (ye^{2xy} - y, e^{2y} + xe^{2xy} + ax)$, dove $a \in \mathbb{R}$ è un parametro.

(a) Dire per quali valori di a il campo \mathbf{F} è conservativo.

(b) Per i valori di a trovati nel punto precedente, calcolare $\int_{\gamma} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{x}$, dove γ è la curva di equazione $\gamma(t) = (t^3 - 5t, te^{t^2-4})$, $t \in [0, 2]$.

(c) Per un valore di a qualunque, calcolare $\int_{\zeta} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{x}$, dove ζ è il segmento avente gli stessi estremi di γ .

4. (6 punti) Sia $f(x) = 2(x + \pi)$ per $x \in (-\pi, \pi]$ e periodica di periodo 2π sul resto di \mathbb{R} .

(a) Calcolare la serie di Fourier di f e studiarne la convergenza.

(b) Ponendo $x = \pi/2$ nella serie di Fourier, calcolare la somma della serie $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1}$.

(c) Usando l'identità di Parseval, calcolare la somma della serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$.

5. (5 punti) Calcolare, usando la trasformata di Laplace, la soluzione $y(x)$ dell'equazione differenziale

$$y'' + 4y = 10e^x$$

che soddisfa le condizioni iniziali $y(0) = 1, y'(0) = -2$.

6. (6 punti, da svolgere solo per Ing. Civ.-Amb.)

Sia $f(x, y) = x^2 + y^2 - 3x + 4y$ e sia Γ la circonferenza di equazione $x^2 + y^2 = 4$.

(a) Trovare massimo e minimo assoluto di f su Γ utilizzando i moltiplicatori di Lagrange.

(b) Trovare massimo e minimo assoluto di f su $C = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 4, y \geq 0\}$.