UNIVERSITÀ DI ROMA "TOR VERGATA"

Analisi Matematica II per Ingegneria Elettronica, Internet, Civile-Ambientale

Prova scritta del 29.I.2016 – Compito n.

1. (solo per Elettr. e Internet) Trovare i punti critici della funzione $f(x,y) = 2x^4(1-y) + y^2 + 1$ e dire se sono di massimo o minimo locale.

2. Calcolare
$$\iiint_\Omega \left[(x+y)e^{x^2+y^2+z^2} + 1\right] dx\, dy\, dz$$
dove
$$\Omega = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \ : \ x^2+y^2+z^2 \leq 4,\ x \leq 0, z \geq 0\}.$$

3. Si consideri il campo vettoriale
$$\mathbf{F}(x,y) = \left(ye^{2xy} - \frac{ay}{x^2+y^2} \ ,\ e^{2y} + xe^{2xy} + \frac{ax}{x^2+y^2} \right),$$
dove $a \in \mathbb{R}$ è un parametro.
   (a) Dire per quali valori di a il campo $\mathbf{F}$ è conservativo.
   (b) Per i valori di a trovati nel punto precedente, calcolare $\int_\gamma \mathbf{F} \cdot \mathbf{dx}$, dove γ è la curva di equazione $\gamma(t) = (t^3 - 2t, (1-t)e^{t^2})$, $t \in [0,1]$.
   (c) Per un valore di a qualunque, calcolare $\int_\zeta \mathbf{F} \cdot \mathbf{dx}$, dove $\zeta(t) = (1 + 2\cos t,\ \operatorname{sen} t)$ per $t \in [0, 2\pi]$.

4. Studiare la convergenza delle serie numeriche
$$\text{(a)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n - \operatorname{sen} n} \qquad\qquad \text{(b)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n^2+3)2^n}{n!}.$$

5. Calcolare, usando la trasformata di Laplace, la soluzione $y(x)$ dell'equazione differenziale
$$y'' - 2y' = -4$$
che soddisfa le condizioni iniziali $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$.

6. (solo per Civile-Amb.) Sia $f(x,y) = x(x+3) + y^2 - 4(y+1)$ e sia Γ la circonferenza di equazione $x^2 + y^2 = 4$.
   (a) Trovare massimo e minimo assoluto di f su Γ.
   (b) Trovare massimo e minimo assoluto di f su $C = \{(x,y) \ : \ x^2+y^2 \leq 4, x \leq 1\}$.

UNIVERSITÀ DI ROMA "TOR VERGATA"

Analisi Matematica II per Ingegneria Elettronica, Internet, Civile-Ambientale

Prova scritta del 29.I.2016 – Compito n.

1. (solo per Elettr. e Internet) Trovare i punti critici della funzione $f(x,y) = x^4(1-2y) + 2y^2 - 1$ e dire se sono di massimo o minimo locale.

2. Calcolare
$$\iiint_\Omega \left[(3y-x)e^{x^2+y^2+z^2} + 1\right] dx\, dy\, dz$$
dove
$$\Omega = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \ : \ x^2+y^2+z^2 \le 4,\ x \ge 0, z \le 0\}.$$

3. Si consideri il campo vettoriale
$$\mathbf{F}(x,y) = \left(y^2 e^{2x} - \frac{ay}{x^2+y^2} \ , \ y(e^{2x}-1) + \frac{ax}{x^2+y^2} \right),$$
dove $a \in \mathbb{R}$ è un parametro.
   (a) Dire per quali valori di a il campo $\mathbf{F}$ è conservativo.
   (b) Per i valori di a trovati nel punto precedente, calcolare $\int_\gamma \mathbf{F} \cdot \mathbf{dx}$, dove γ è la curva di equazione $\gamma(t) = (t^3 - 2t, (1-t)e^{t^2})$, $t \in [0,1]$.
   (c) Per un valore di a qualunque, calcolare $\int_\zeta \mathbf{F} \cdot \mathbf{dx}$, dove $\zeta(t) = (1 + 2\cos t, \operatorname{sen} t)$ per $t \in [0, 2\pi]$.

4. Studiare la convergenza delle serie numeriche
$$\text{(a)} \ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n - \ln(1+n)} \qquad\qquad \text{(b)} \ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(2n)!}.$$

5. Calcolare, usando la trasformata di Laplace, la soluzione $y(x)$ dell'equazione differenziale
$$y'' - 2y' = -4$$
che soddisfa le condizioni iniziali $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$.

6. (solo per Civile-Amb.) Sia $f(x,y) = x^2 + (y+2)^2 + 3x$ e sia Γ la circonferenza di equazione $x^2 + y^2 = 4$.
   (a) Trovare massimo e minimo assoluto di f su Γ.
   (b) Trovare massimo e minimo assoluto di f su $C = \{(x,y) \ : \ x^2 + y^2 \le 4, x \ge 1\}$.

UNIVERSITÀ DI ROMA "TOR VERGATA"

Analisi Matematica II per Ingegneria Elettronica, Internet, Civile-Ambientale

Prova scritta del 29.I.2016 – Compito n.

1. (solo per Elettr. e Internet) Trovare i punti critici della funzione $f(x,y) = 2(x-1)y^4 - x^2$ e dire se sono di massimo o minimo locale.

2. Calcolare
$$\iiint_\Omega \left[1 + (x+y)e^{-x^2-y^2-z^2}\right] dx\, dy\, dz$$
dove
$$\Omega = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \ : \ x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, \ y \leq 0, z \geq 0\}.$$

3. Si consideri il campo vettoriale
$$\mathbf{F}(x,y) = \left(x(1 - e^{-2y}) - \frac{ay}{x^2+y^2} \ , \ x^2 e^{-2y} + \frac{ax}{x^2+y^2} \right),$$
dove $a \in \mathbb{R}$ è un parametro.
   (a) Dire per quali valori di a il campo $\mathbf{F}$ è conservativo.
   (b) Per i valori di a trovati nel punto precedente, calcolare $\int_\gamma \mathbf{F} \cdot \mathbf{dx}$, dove γ è la curva di equazione $\gamma(t) = (t^3 - 2t, (1-t)e^{t^2})$, $t \in [0,1]$.
   (c) Per un valore di a qualunque, calcolare $\int_\zeta \mathbf{F} \cdot \mathbf{dx}$, dove $\zeta(t) = (1 + 2\cos t, \operatorname{sen} t)$ per $t \in [0, 2\pi]$.

4. Studiare la convergenza delle serie numeriche
$$\text{(a)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^n - 1}{n^3} \qquad\qquad \text{(b)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n^2+3)n^n}{n!}.$$

5. Calcolare, usando la trasformata di Laplace, la soluzione $y(x)$ dell'equazione differenziale
$$y'' + 2y' = -4$$
che soddisfa le condizioni iniziali $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$.

6. (solo per Civile-Amb.) Sia $f(x,y) = (2y+3)^2 + 4x(x-4) + 1$ e sia Γ la circonferenza di equazione $x^2 + y^2 = 4$.
   (a) Trovare massimo e minimo assoluto di f su Γ.
   (b) Trovare massimo e minimo assoluto di f su $C = \{(x,y) \ : \ x^2 + y^2 \leq 4, y \leq 1\}$.