

UNIVERSITÀ DI ROMA “TOR VERGATA”

Analisi Matematica II per Ing. Civile-Ambientale, Elettronica, Internet

Prova scritta del 26.VI.2017

1. (da svolgere solo per Ing. Elettronica, Internet)

Trovare i punti critici della funzione $f(x, y) = 2(1-x)y^4 + x^2 - 1$ e dire se sono di massimo o minimo locale.

2. Calcolare

$$\iiint_{\Omega} (x^2 + y^2 + z^2 + 1) dx dy dz,$$

dove $\Omega = \{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, 0 \leq z \leq 1 \}$.

3. Si consideri la curva di equazione parametrica

$$\gamma(t) = (1 + 2 \cos t, \sin t), \quad t \in \left[-\frac{\pi}{2}, \pi\right].$$

(a) Mostrare che la curva possiede un solo punto sull'asse y e trovare l'equazione (parametrica o cartesiana) della retta tangente in tale punto.

(b) Calcolare l'integrale di prima specie $\int_{\gamma} (xy - y) ds$.

(c) Calcolare l'integrale di seconda specie $\int_{\gamma} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{x}$ dove $\mathbf{F} = (xy^4 + ye^x, 2y^3(x^2 + 2) + e^x)$.

4. Studiare la convergenza delle serie seguenti al variare del parametro reale $\alpha > 0$:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \sin \frac{1}{n} \right)^{\alpha} \qquad (b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{\alpha} \alpha^n}{n!}.$$

5. Sia $f(z)$ la funzione complessa definita da $f(z) = \frac{e^{\pi z}}{z^4 + 4}$, e siano γ_1 e γ_2 le circonferenze di centro $z = 2$, di raggio rispettivamente 1 e 2, percorse in senso antiorario. Calcolare gli integrali di f su γ_1 e su γ_2 .

6. (da svolgere solo per Ing. Civile-Ambientale) Sia $f(x, y) = 2y - x^2$.

(a) Trovare massimo e minimo assoluto di f su $\Gamma = \{(x, y) : x^2 + 4y^2 = 1\}$.

(b) Trovare massimo e minimo assoluto di f su $C = \{(x, y) : x^2 + 4y^2 \leq 1, y \geq 1/4\}$.