

UNIVERSITÀ DI ROMA “TOR VERGATA”

Analisi Matematica II per Ing. Civile-Ambientale, Ing. Medica

Prova scritta del 25.I.2018 — Compito n. 1

1. Dire per quali valori del parametro  $a \in \mathbb{R}$  il punto  $(0, 0)$  è di massimo o minimo locale per la funzione  $f(x, y) = x^2(y - a) - 2y^2$ .

2. Sia  $f(x, y) = y + x^2$  e sia  $\Gamma$  la circonferenza di equazione  $x^2 + y^2 - 4y = 0$ .

(a) Trovare max e min assoluto di  $f$  su  $\Gamma$ .

(b) Trovare max e min assoluto di  $f$  su  $C = \{(x, y) : x^2 + y^2 - 4y \leq 0, y \geq 1\}$ .

3. Sia  $\Sigma$  la superficie sferica di centro  $(0, 0, 1)$  e raggio 2, e sia inoltre

$$\mathbf{F} = (1 + xz)\mathbf{i} + (yz - x)\mathbf{j} + (x^3 + 2y^2)z\mathbf{k}.$$

(a) Calcolare il flusso di  $\mathbf{F}$  e di  $\mathbf{rot} \mathbf{F}$  attraverso  $\Sigma$ .

(b) Calcolare il flusso di  $\mathbf{F}$  e di  $\mathbf{rot} \mathbf{F}$  attraverso  $\Sigma_0$ , dove  $\Sigma_0$  è la parte di  $\Sigma$  che si trova nel semispazio  $z \geq 0$ .

(sugg. utilizzare i teoremi della divergenza e di Stokes).

4. (solo per Ing. Medica) Si consideri la curva di equazione

$$\gamma(t) = (\cos^3 t + 1, \sin^3 t), \quad t \in [-\pi/2, \pi/2].$$

(a) Dire se  $\gamma$  è una curva regolare.

(b) Calcolare l'integrale su  $\gamma$  della funzione  $f(x, y) = x + y - 1$ .

(c) Calcolare l'integrale su  $\gamma$  del campo vettoriale

$$\mathbf{F} = 2xye^{x^2y}\mathbf{i} + (x^2e^{x^2y} + e^y)\mathbf{j}.$$

5. Si consideri la successione di funzioni

$$f_n(x) = \frac{n^2x}{x^2 + n^4}, \quad x \in [0, +\infty).$$

Studiare la convergenza puntuale di  $f_n$ . Studiare la convergenza uniforme di  $f_n$  su tutto il dominio, sui sottoinsiemi del tipo  $[0, a]$  e su quelli del tipo  $[a, +\infty)$ .

6. (solo per Ing. Civ.-Amb.) Sia  $f$  la funzione di variabile complessa  $f(z) = \frac{z^2}{z^4 + 4}$  e

sia  $\gamma$  la circonferenza di centro  $z = 2 + 2i$  e raggio 4 percorsa in senso antiorario.

Calcolare l'integrale di  $f$  su  $\gamma$ . Calcolare l'integrale improprio reale  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{x^4 + 4} dx$ .

UNIVERSITÀ DI ROMA “TOR VERGATA”

Analisi Matematica II per Ing. Civile-Ambientale, Ing. Medica

Prova scritta del 25.I.2018 — Compito n. 2

1. Dire per quali valori del parametro  $a \in \mathbb{R}$  il punto  $(0, 0)$  è di massimo o minimo locale per la funzione  $f(x, y) = (x + a)y^2 - x^2$ .

2. Sia  $f(x, y) = y + x^2$  e sia  $\Gamma$  la circonferenza di equazione  $x^2 + y^2 + 4y = 0$ .

(a) Trovare max e min assoluto di  $f$  su  $\Gamma$ .

(b) Trovare max e min assoluto di  $f$  su  $C = \{(x, y) : x^2 + y^2 + 4y \leq 0, y \leq -1\}$ .

3. Sia  $\Sigma$  la superficie sferica di centro  $(0, 0, -1)$  e raggio 2, e sia inoltre

$$\mathbf{F} = (xz + y)\mathbf{i} - 2yz\mathbf{j} + (x^3 - y^2)z\mathbf{k}.$$

(a) Calcolare il flusso di  $\mathbf{F}$  e di  $\mathbf{rot F}$  attraverso  $\Sigma$ .

(b) Calcolare il flusso di  $\mathbf{F}$  e di  $\mathbf{rot F}$  attraverso  $\Sigma_0$ , dove  $\Sigma_0$  è la parte di  $\Sigma$  che si trova nel semispazio  $z \geq 0$ .

(sugg. utilizzare i teoremi della divergenza e di Stokes).

4. (solo per Ing. Medica) Si consideri la curva di equazione

$$\gamma(t) = (\cos^3 t, \sin^3 t + 1), \quad t \in [-\pi/2, \pi/2].$$

(a) Dire se  $\gamma$  è una curva regolare.

(b) Calcolare l'integrale su  $\gamma$  della funzione  $f(x, y) = y - x - 1$ .

(c) Calcolare l'integrale su  $\gamma$  del campo vettoriale

$$\mathbf{F} = y^2 e^{xy^2} \mathbf{i} + (2xy e^{xy^2} + y^2) \mathbf{j}.$$

5. Si consideri la successione di funzioni

$$f_n(x) = \frac{nx}{4x^2 + n^2}, \quad x \in [0, +\infty).$$

Studiare la convergenza puntuale di  $f_n$ . Studiare la convergenza uniforme di  $f_n$  su tutto il dominio, sui sottoinsiemi del tipo  $[0, a]$  e su quelli del tipo  $[a, +\infty)$ .

6. (solo per Ing. Civ.-Amb.) Sia  $f$  la funzione di variabile complessa  $f(z) = \frac{z^2}{4z^4 + 1}$

e sia  $\gamma$  la circonferenza di centro  $z = 1 + i$  e raggio 2 percorsa in senso antiorario.

Calcolare l'integrale di  $f$  su  $\gamma$ . Calcolare l'integrale improprio reale  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{4x^4 + 1} dx$ .

UNIVERSITÀ DI ROMA “TOR VERGATA”

Analisi Matematica II per Ing. Civile-Ambientale, Ing. Medica

Prova scritta del 25.I.2018 — Compito n. 3

1. Dire per quali valori del parametro  $a \in \mathbb{R}$  il punto  $(0, 0)$  è di massimo o minimo locale per la funzione  $f(x, y) = x^2(y + 2a) + y^2$ .

2. Sia  $f(x, y) = y^2 - x$  e sia  $\Gamma$  la circonferenza di equazione  $x^2 - 4x + y^2 = 0$ .

(a) Trovare max e min assoluto di  $f$  su  $\Gamma$ .

(b) Trovare max e min assoluto di  $f$  su  $C = \{(x, y) : x^2 - 4x + y^2 \leq 0, x \geq 1\}$ .

3. Sia  $\Sigma$  la superficie sferica di centro  $(0, 0, -1)$  e raggio 2, e sia inoltre

$$\mathbf{F} = (xz - 2y)\mathbf{i} + yz\mathbf{j} + (x^3 + y^2)z\mathbf{k}.$$

(a) Calcolare il flusso di  $\mathbf{F}$  e di  $\mathbf{rot F}$  attraverso  $\Sigma$ .

(b) Calcolare il flusso di  $\mathbf{F}$  e di  $\mathbf{rot F}$  attraverso  $\Sigma_0$ , dove  $\Sigma_0$  è la parte di  $\Sigma$  che si trova nel semispazio  $z \geq 0$ .

(sugg. utilizzare i teoremi della divergenza e di Stokes).

4. (solo per Ing. Medica) Si consideri la curva di equazione

$$\gamma(t) = (\cos^3 t + 1, \sin^3 t - 1), \quad t \in [-\pi/2, \pi/2].$$

(a) Dire se  $\gamma$  è una curva regolare.

(b) Calcolare l'integrale su  $\gamma$  della funzione  $f(x, y) = x + y$ .

(c) Calcolare l'integrale su  $\gamma$  del campo vettoriale

$$\mathbf{F} = 2xye^{x^2y}\mathbf{i} + (x^2e^{x^2y} + y^2)\mathbf{j}.$$

5. Si consideri la successione di funzioni

$$f_n(x) = \frac{nx^2}{x^4 + n^2}, \quad x \in [0, +\infty).$$

Studiare la convergenza puntuale di  $f_n$ . Studiare la convergenza uniforme di  $f_n$  su tutto il dominio, sui sottoinsiemi del tipo  $[0, a]$  e su quelli del tipo  $[a, +\infty)$ .

6. (solo per Ing. Civ.-Amb.) Sia  $f$  la funzione di variabile complessa  $f(z) = \frac{z^2}{z^4 + 4}$  e

sia  $\gamma$  la circonferenza di centro  $z = 2 + 2i$  e raggio 4 percorsa in senso antiorario.

Calcolare l'integrale di  $f$  su  $\gamma$ . Calcolare l'integrale improprio reale  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{x^4 + 4} dx$ .

UNIVERSITÀ DI ROMA “TOR VERGATA”

Analisi Matematica II per Ing. Civile-Ambientale, Ing. Medica

Prova scritta del 25.I.2018 — Compito n. 4

1. Dire per quali valori del parametro  $a \in \mathbb{R}$  il punto  $(0, 0)$  è di massimo o minimo locale per la funzione  $f(x, y) = x^2 + (x - a)y^2$ .
2. Sia  $f(x, y) = y - x^2$  e sia  $\Gamma$  la circonferenza di equazione  $x^2 + y^2 - 4y = 0$ .
  - (a) Trovare max e min assoluto di  $f$  su  $\Gamma$ .
  - (b) Trovare max e min assoluto di  $f$  su  $C = \{(x, y) : x^2 + y^2 - 4y \leq 0, y \leq 3\}$ .

3. Sia  $\Sigma$  la superficie sferica di centro  $(0, 0, 1)$  e raggio 2, e sia inoltre

$$\mathbf{F} = xz \mathbf{i} + (x + yz) \mathbf{j} + (x^3 - y^2)z \mathbf{k}.$$

- (a) Calcolare il flusso di  $\mathbf{F}$  e di  $\mathbf{rot} \mathbf{F}$  attraverso  $\Sigma$ .
- (b) Calcolare il flusso di  $\mathbf{F}$  e di  $\mathbf{rot} \mathbf{F}$  attraverso  $\Sigma_0$ , dove  $\Sigma_0$  è la parte di  $\Sigma$  che si trova nel semispazio  $z \geq 0$ .

(sugg. utilizzare i teoremi della divergenza e di Stokes).

4. (solo per Ing. Medica) Si consideri la curva di equazione

$$\gamma(t) = (\cos^3 t + 1, \sin^3 t + 1), \quad t \in [-\pi/2, \pi/2].$$

- (a) Dire se  $\gamma$  è una curva regolare.
- (b) Calcolare l'integrale su  $\gamma$  della funzione  $f(x, y) = x - y$ .
- (c) Calcolare l'integrale su  $\gamma$  del campo vettoriale

$$\mathbf{F} = y^2 e^{xy^2} \mathbf{i} + (2xye^{xy^2} + e^y) \mathbf{j}.$$

5. Si consideri la successione di funzioni

$$f_n(x) = \frac{nx}{x^2 + 4n^2}, \quad x \in [0, +\infty).$$

Studiare la convergenza puntuale di  $f_n$ . Studiare la convergenza uniforme di  $f_n$  su tutto il dominio, sui sottoinsiemi del tipo  $[0, a]$  e su quelli del tipo  $[a, +\infty)$ .

6. (solo per Ing. Civ.-Amb.) Sia  $f$  la funzione di variabile complessa  $f(z) = \frac{z^2}{4z^4 + 1}$  e sia  $\gamma$  la circonferenza di centro  $z = 1 + i$  e raggio 2 percorsa in senso antiorario. Calcolare l'integrale di  $f$  su  $\gamma$ . Calcolare l'integrale improprio reale  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{4x^4 + 1} dx$ .

UNIVERSITÀ DI ROMA “TOR VERGATA”

Analisi Matematica II per Ing. Civile-Ambientale, Ing. Medica

Prova scritta del 25.I.2018 — Compito n. 5

1. Dire per quali valori del parametro  $a \in \mathbb{R}$  il punto  $(0, 0)$  è di massimo o minimo locale per la funzione  $f(x, y) = y^2 - x^2(y + a)$ .

2. Sia  $f(x, y) = -x - y^2$  e sia  $\Gamma$  la circonferenza di equazione  $x^2 + 4x + y^2 = 0$ .

(a) Trovare max e min assoluto di  $f$  su  $\Gamma$ .

(b) Trovare max e min assoluto di  $f$  su  $C = \{(x, y) : x^2 + 4x + y^2 \leq 0, x \leq -1\}$ .

3. Sia  $\Sigma$  la superficie sferica di centro  $(0, 0, -1)$  e raggio 2, e sia inoltre

$$\mathbf{F} = (y - 2xz)\mathbf{i} + yz\mathbf{j} + (x^3 + y^2)z\mathbf{k}.$$

(a) Calcolare il flusso di  $\mathbf{F}$  e di  $\mathbf{rot F}$  attraverso  $\Sigma$ .

(b) Calcolare il flusso di  $\mathbf{F}$  e di  $\mathbf{rot F}$  attraverso  $\Sigma_0$ , dove  $\Sigma_0$  è la parte di  $\Sigma$  che si trova nel semispazio  $z \geq 0$ .

(sugg. utilizzare i teoremi della divergenza e di Stokes).

4. (solo per Ing. Medica) Si consideri la curva di equazione

$$\gamma(t) = (\cos^3 t, \sin^3 t + 1), \quad t \in [-\pi/2, \pi/2].$$

(a) Dire se  $\gamma$  è una curva regolare.

(b) Calcolare l'integrale su  $\gamma$  della funzione  $f(x, y) = 1 - x - y$ .

(c) Calcolare l'integrale su  $\gamma$  del campo vettoriale

$$\mathbf{F} = ye^{-xy}\mathbf{i} + (xe^{-xy} + e^y)\mathbf{j}.$$

5. Si consideri la successione di funzioni

$$f_n(x) = \frac{\sqrt{nx}}{x^2 + n}, \quad x \in [0, +\infty).$$

Studiare la convergenza puntuale di  $f_n$ . Studiare la convergenza uniforme di  $f_n$  su tutto il dominio, sui sottoinsiemi del tipo  $[0, a]$  e su quelli del tipo  $[a, +\infty)$ .

6. (solo per Ing. Civ.-Amb.) Sia  $f$  la funzione di variabile complessa  $f(z) = \frac{z^2}{z^4 + 1}$

e sia  $\gamma$  la circonferenza di centro  $z = 1 + i$  e raggio 3 percorsa in senso antiorario.

Calcolare l'integrale di  $f$  su  $\gamma$ . Calcolare l'integrale improprio reale  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{x^4 + 1} dx$ .