**UNIVERSITÀ DI ROMA "TOR VERGATA"**

**Analisi Matematica II per Ing. Civile-Ambientale, Elettronica, Internet**

Prova scritta del 23.II.2017 — Compito n.

1. (da svolgere solo per Ing. Elettronica, Internet)
   Trovare i punti critici della funzione $f(x,y) = x^4 - y^4 - x^3 + xy^2 + 1$ e dire se sono di massimo o minimo locale.

2. Sia $T \subset \mathbb{R}^2$ il triangolo di vertici $(0,0)$, $(1,2)$, $(2,0)$ e sia $C$ il semicerchio di centro $(1,0)$ e raggio 1 nel semipiano $y \leq 0$. Posto $\Omega = T \cup C$, calcolare
$$\int\!\!\int_\Omega (ye^x - 1)\, dx\, dy.$$

3. Si consideri il campo vettoriale
$$\mathbf{F} = \sqrt{x}\left(1 + \frac{y}{x}\right)\mathbf{i} + a\sqrt{x}\,\mathbf{j}\ , \quad \text{con } a \in \mathbb{R} \text{ parametro.}$$
   (a) Dire per quali valori di $a$ il campo è conservativo.
   (b) Per i valori di $a$ trovati nel punto precedente, calcolare l'integrale di $\mathbf{F}$ sulla curva
$$\gamma(t) = \left(t + \cos(t^2 - 3t)\,,\ -\frac{t^2}{3} + e^t(3-t)\right), \qquad t \in [0,3].$$
   (c) Per un valore di $a$ generico, calcolare l'integrale di $\mathbf{F}$ sul segmento che ha gli stessi estremi di $\gamma$.

4. Studiare la convergenza delle serie seguenti al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$:
$$\text{(a)}\ \sum_{n=1}^{\infty}\left(1 - \frac{\alpha}{n} - \cos\frac{1}{\sqrt{n}}\right) \qquad\qquad \text{(b)}\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!\,(2\alpha)^n}{n^n}\,.$$

5. Calcolare l'integrale della funzione $f(z) = \dfrac{z^3}{e^z + i}$ sulla circonferenza nel piano complesso di centro $(0,0)$ e raggio 6 percorsa in senso antiorario.

6. (da svolgere solo per Ing. Civile-Ambientale)
   Sia $f(x,y) = x^2 - 8x + 3y^2$.
   (a) Trovare massimo e minimo assoluto di $f$ su $\Gamma = \{(x,y)\ :\ x^2 + y^2 = 9\}$..
   (b) Trovare massimo e minimo assoluto di $f$ su $C = \{(x,y)\ :\ x^2 + y^2 \leq 9,\ y \geq -x\}$.

**UNIVERSITÀ DI ROMA "TOR VERGATA"**

**Analisi Matematica II per Ing. Civile-Ambientale, Elettronica, Internet**

Prova scritta del 23.II.2017 — Compito n.

1. (da svolgere solo per Ing. Elettronica, Internet)
Trovare i punti critici della funzione $f(x,y) = x^4 - y^4 + y^3 - x^2y + 1$ e dire se sono di massimo o minimo locale.

2. Sia $T \subset \mathbb{R}^2$ il triangolo di vertici $(-2,0)$, $(-1,2)$, $(0,0)$ e sia $C$ il semicerchio di centro $(-1,0)$ e raggio 1 nel semipiano $y \leq 0$. Posto $\Omega = T \cup C$, calcolare

$$\int\!\!\int_{\Omega} (ye^{x+2} + 1)\, dx\, dy.$$

3. Si consideri il campo vettoriale

$$\mathbf{F} = a\sqrt{y}\,\mathbf{i} - \sqrt{y}\left(2 + \frac{x}{y}\right)\mathbf{j}\,, \quad \text{con } a \in \mathbb{R} \text{ parametro.}$$

   (a) Dire per quali valori di $a$ il campo è conservativo.

   (b) Per i valori di $a$ trovati nel punto precedente, calcolare l'integrale di $\mathbf{F}$ sulla curva

$$\gamma(t) = \left(-\frac{t^2}{3} + e^t(3-t)\,,\, t + \cos(t^2 - 3t)\right), \qquad t \in [0,3].$$

   (c) Per un valore di $a$ generico, calcolare l'integrale di $\mathbf{F}$ sul segmento che ha gli stessi estremi di $\gamma$.

4. Studiare la convergenza delle serie seguenti al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$:

$$\text{(a)} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\alpha}{\sqrt{n}} - \operatorname{sen}\frac{1}{\sqrt{n}}\right) \qquad\qquad \text{(b)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!\,\alpha^n}{(2n)^n}\,.$$

5. Calcolare l'integrale della funzione $f(z) = \dfrac{z^3}{e^{\pi z} + i}$ sulla circonferenza nel piano complesso di centro $(0,0)$ e raggio 2 percorsa in senso antiorario.

6. (da svolgere solo per Ing. Civile-Ambientale)
Sia $f(x,y) = 4x^2 - 6y + y^2$.

   (a) Trovare massimo e minimo assoluto di $f$ su $\Gamma = \{(x,y) \;:\; x^2 + y^2 = 4\}$.

   (b) Trovare massimo e minimo assoluto di $f$ su $C = \{(x,y) \;:\; x^2 + y^2 \leq 4,\; y \geq -x\}$.