

UNIVERSITÀ DI ROMA "TOR VERGATA"

Analisi Matematica II per Ing. Civile-Ambientale, Elettronica, Tecn. Internet

Prova scritta del 22.VI.2016

1. (6 punti - da svolgere solo per Ing. Elettronica, Internet)
Trovare i punti critici della funzione $f(x, y) = (x^4 - y^2)(y - 3)$, e dire se sono di massimo locale, o minimo locale o nessuno dei due.

2. (7 punti) Sia T il triangolo di vertici $(0, 0)$, $(1, 2)$ e $(2, 0)$, e sia S è il semicerchio di centro $(1, 0)$ e raggio 1 che si trova nel semipiano $y \leq 0$. Posto $\Omega = T \cup S$, calcolare

$$\iint_{\Omega} (xy + 2) dx dy.$$

3. (6 punti) Si consideri la curva di equazione parametrica

$$\gamma(t) = (2t, t^3), \quad t \in [0, 1].$$

- (a) Mostrare che la lunghezza di γ è compresa tra 2 e $\sqrt{13}$.
(b) Calcolare l'integrale $\int_{\gamma} (4y - x^3) ds$.
(c) Trovare un potenziale del campo $\mathbf{F} = (4xe^{x^2-3y}, 10y^9 - 6e^{x^2-3y})$ e calcolare l'integrale di F su γ .

4. (5 punti) Studiare, al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$, la convergenza delle serie seguenti:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \left[1 - \cos\left(\frac{1}{n}\right) \right]^{\alpha}, \quad (b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\alpha - 2)^n}{n2^n}.$$

5. (5 punti) Si consideri la funzione di variabile complessa $f(z) = \frac{e^{i\pi z}}{z^3 - 8}$. Calcolare l'integrale di f sulla circonferenza di centro $z = -1$ e raggio 2 percorsa in senso antiorario.

6. (6 punti, da svolgere solo per Ing. Civ.-Amb.)

Sia $f(x, y) = 2y - x^2$ e sia Γ la curva di equazione $x^2 + y^2 + 4y = 0$.

- (a) Trovare massimo e minimo assoluto di f su Γ utilizzando i moltiplicatori di Lagrange.
(b) Trovare massimo e minimo assoluto di f su $C = \{(x, y) : x^2 + y^2 + 4y \leq 0, y \geq -1\}$.