

UNIVERSITÀ DI ROMA “TOR VERGATA”

Analisi Matematica II per Ingegneria dell'Edilizia, Edile e Architettura

Prova scritta del 22.II.2023, compito n. 1

1. (7 punti) Si consideri la funzione $f(x, y) = 4x^2 + 3y^2 + 2yx^3 - 1$.
 - (a) Scrivere l'equazione del piano tangente al grafico di f nel punto $(x_0, y_0, f(x_0, y_0))$, con $(x_0, y_0) = (-1, 3)$.
 - (b) Trovare i punti critici di f e dire se sono di max/min relativo, o nessuno dei due.
2. (8 punti) Sia T il triangolo di vertici $(0, 0)$, $(-1, 2)$, $(1, 2)$ e sia S il semicerchio di centro $(0, 2)$ e raggio 1 contenuto nel semipiano $y \geq 2$. Calcolare il baricentro di T , quello di S e quello di $T \cup S$.

3. (8 punti) Si consideri la curva di equazione parametrica

$$\gamma(t) = (t + \sin t, \cos t), \quad t \in [0, 2\pi].$$

- (a) Dire se γ è una curva regolare.
 - (b) Calcolare l'integrale su γ del campo $\mathbf{F} = (y^2, x)$.
 - (c) Calcolare l'integrale su γ del campo $\mathbf{G} = \left(x - \frac{3}{1+y^2}, \frac{6xy}{(1+y^2)^2} \right)$.
4. (7 punti) (a) Trovare la soluzione del problema di Cauchy

$$y'' + 5y' + 4y = 0$$

con condizioni iniziali $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$.

- (b) Trovare la soluzione del problema di Cauchy

$$y'' + 5y' + 4y = 15 \sin 2x$$

con le stesse condizioni iniziali di (a).

UNIVERSITÀ DI ROMA “TOR VERGATA”

Analisi Matematica II per Ingegneria dell’Edilizia, Edile e Architettura

Prova scritta del 22.II.2023, compito n. 2

1. (7 punti) Si consideri la funzione $f(x, y) = 3x^2 + y^2 + 2xy^3 + 1$.
 - (a) Scrivere l’equazione del piano tangente al grafico di f nel punto $(x_0, y_0, f(x_0, y_0))$, con $(x_0, y_0) = (3, -1)$.
 - (b) Trovare i punti critici di f e dire se sono di max/min relativo, o nessuno dei due.
2. (8 punti) Sia T il triangolo di vertici $(-2, -1)$, $(-2, 1)$ e $(0, 0)$, e sia S il semicerchio di centro $(-2, 0)$ e raggio 1 contenuto nel semipiano $x \leq -2$. Calcolare il baricentro di T , quello di S e quello di $T \cup S$.

3. (8 punti) Si consideri la curva di equazione parametrica

$$\gamma(t) = (t - \cos t, \sin t), \quad t \in [0, 2\pi].$$

- (a) Dire se γ è una curva regolare.
 - (b) Calcolare l’integrale su γ del campo $\mathbf{F} = (y^2, x)$.
 - (c) Calcolare l’integrale su γ del campo $\mathbf{G} = \left(\frac{x}{2} + \frac{2}{1+y^2}, -\frac{4xy}{(1+y^2)^2} \right)$.
4. (7 punti) (a) Trovare la soluzione del problema di Cauchy

$$y'' - 5y' + 4y = 0$$

con condizioni iniziali $y(0) = 1$, $y'(0) = -2$.

- (b) Trovare la soluzione del problema di Cauchy

$$y'' - 5y' + 4y = 15 \cos 2x$$

con le stesse condizioni iniziali di (a).

UNIVERSITÀ DI ROMA “TOR VERGATA”

Analisi Matematica II per Ingegneria dell'Edilizia, Edile e Architettura

Prova scritta del 22.II.2023, compito n. 3

1. (7 punti) Si consideri la funzione $f(x, y) = 2yx^3 - 4x^2 - 3y^2 + 1$.
 - (a) Scrivere l'equazione del piano tangente al grafico di f nel punto $(x_0, y_0, f(x_0, y_0))$, con $(x_0, y_0) = (-1, 3)$.
 - (b) Trovare i punti critici di f e dire se sono di max/min relativo, o nessuno dei due.
2. (8 punti) Sia S il semicerchio di centro $(0, 2)$ e raggio 1 contenuto nel semipiano $y \geq 2$, e sia T il triangolo di vertici $(0, 0)$, $(-1, 2)$, $(1, 2)$. Calcolare il baricentro di S , quello di T e quello di $S \cup T$.

3. (8 punti) Si consideri la curva di equazione parametrica

$$\gamma(t) = (\cos t, t + \sin t), \quad t \in [0, 2\pi].$$

- (a) Dire se γ è una curva regolare.
 - (b) Calcolare l'integrale su γ del campo $\mathbf{F} = (y, x^2)$.
 - (c) Calcolare l'integrale su γ del campo $\mathbf{G} = \left(\frac{6xy}{(1+x^2)^2}, y - \frac{3}{1+x^2} \right)$.
4. (7 punti) (a) Trovare la soluzione del problema di Cauchy

$$y'' + 5y' + 4y = 0$$

con condizioni iniziali $y(0) = -1$, $y'(0) = -2$.

- (b) Trovare la soluzione del problema di Cauchy

$$y'' + 5y' + 4y = -15 \sin 2x$$

con le stesse condizioni iniziali di (a).

UNIVERSITÀ DI ROMA “TOR VERGATA”

Analisi Matematica II per Ingegneria dell'Edilizia, Edile e Architettura

Prova scritta del 22.II.2023, compito n. 4

1. (7 punti) Si consideri la funzione $f(x, y) = 2xy^3 - 3x^2 - y^2 - 1$.
 - (a) Scrivere l'equazione del piano tangente al grafico di f nel punto $(x_0, y_0, f(x_0, y_0))$, con $(x_0, y_0) = (3, -1)$.
 - (b) Trovare i punti critici di f e dire se sono di max/min relativo, o nessuno dei due.
2. (8 punti) Sia S il semicerchio di centro $(-2, 0)$ e raggio 1 contenuto nel semipiano $x \leq -2$, e sia T il triangolo di vertici $(-2, -1)$, $(-2, 1)$ e $(0, 0)$. Calcolare il baricentro di S , quello di T e quello di $S \cup T$.

3. (8 punti) Si consideri la curva di equazione parametrica

$$\gamma(t) = (\sin t, t - \cos t), \quad t \in [0, 2\pi].$$

- (a) Dire se γ è una curva regolare.
 - (b) Calcolare l'integrale su γ del campo $\mathbf{F} = (y, x^2)$.
 - (c) Calcolare l'integrale su γ del campo $\mathbf{G} = \left(-\frac{4xy}{(1+x^2)^2}, \frac{2}{1+x^2} + \frac{y}{2} \right)$.
4. (7 punti) (a) Trovare la soluzione del problema di Cauchy

$$y'' - 5y' + 4y = 0$$

con condizioni iniziali $y(0) = -1$, $y'(0) = 2$.

- (b) Trovare la soluzione del problema di Cauchy

$$y'' - 5y' + 4y = -15 \cos 2x$$

con le stesse condizioni iniziali di (a).