

UNIVERSITÀ DI ROMA “TOR VERGATA”

Analisi Matematica II per Ingegneria dell'Edilizia, Edile-Architettura

Prova scritta del 2.IX.2022, compito n.

1. Dire se il punto $(0, -2)$ è di max/min locale per le funzioni seguenti

$$f(x, y) = y(x - 1)(y + 2x + 4), \quad g(x, y) = \operatorname{sen}(x^4 y) + \cos^3 x.$$

2. Trovare il massimo e minimo assoluto della funzione $f(x, y) = y^2 - x$ sull'insieme

$$C = \{(x, y) : x^2 + 6x + 4y^2 \leq 0\}.$$

3. Calcolare l'integrale triplo di $f(x, y, z) = xyz$ sull'insieme

$$\Omega = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 \leq 2, x \leq 0, y \geq 0, z \geq 0\}.$$

4. Si consideri la curva di equazione parametrica

$$\gamma(t) = (e^t \cos 2t, e^t \operatorname{sen} 2t), \quad t \in [0, \pi].$$

- (a) Calcolare la lunghezza di γ .

- (b) Calcolare l'integrale $\int_{\gamma} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{x}$, dove $\mathbf{F} = \left(x \ln(4 + y^2), \frac{x^2 y}{4 + y^2} \right)$.

5. Si consideri l'equazione differenziale

$$y' = \frac{y^2}{x + 1}.$$

Trovare le soluzioni dell'equazione che soddisfano rispettivamente le condizioni iniziali:

- (i) $y(0) = 0$, (ii) $y(0) = 1$.

UNIVERSITÀ DI ROMA “TOR VERGATA”

Analisi Matematica II per Ingegneria dell'Edilizia, Edile-Architettura

Prova scritta del 2.IX.2022, compito n.

1. Dire se il punto $(0, 2)$ è di max/min locale per le funzioni seguenti

$$f(x, y) = y(x - 1)(2x + 4 - y), \quad g(x, y) = \operatorname{sen}(x^4 y) - \cos^3 x.$$

2. Trovare il massimo e minimo assoluto della funzione $f(x, y) = x + y^2$ sull'insieme

$$C = \{(x, y) : x^2 - 6x + 4y^2 \leq 0\}.$$

3. Calcolare l'integrale triplo di $f(x, y, z) = xyz$ sull'insieme

$$\Omega = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 \leq 2, x \geq 0, y \leq 0, z \leq 0\}.$$

4. Si consideri la curva di equazione parametrica

$$\gamma(t) = (e^{2t} \cos t, e^{2t} \operatorname{sen} t), \quad t \in [0, \pi].$$

- (a) Calcolare la lunghezza di γ .

- (b) Calcolare l'integrale $\int_{\gamma} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{x}$, dove $\mathbf{F} = \left(2x^3 \ln(2 + y^2), \frac{x^4 y}{2 + y^2} \right)$.

5. Si consideri l'equazione differenziale

$$y' = \frac{y^2}{x + 1}.$$

Trovare le soluzioni dell'equazione che soddisfano rispettivamente le condizioni iniziali:

- (i) $y(0) = 0$, (ii) $y(0) = -1$.