

# UNIVERSITÀ DI ROMA “TOR VERGATA”

## Analisi Matematica II per Ing. Civile-Ambientale, Elettronica, Internet

Prova scritta del 18.IX.2017 — Compito n.

1. (da svolgere solo per Ing. Elettronica, Internet)  
Trovare i punti critici della funzione  $f(x, y) = x^2 - 1 + 2(4 - x)y^4$  e determinare se sono punti di massimo o minimo locale, o nessuno dei due.
2. Sia  $C \subset \mathbb{R}^3$  il cono avente per base il cerchio di centro l'origine e raggio 2 nel piano  $z = 0$ , e per vertice il punto  $(0, 0, 1)$ . Calcolare l'integrale

$$\iiint_C (x^2 + (1 + y)e^z) dx dy dz.$$

3. Si consideri la curva di equazione

$$\gamma(t) = ((1 - \sin t) \cos t, (1 - \sin t) \sin t), \quad t \in [0, \pi].$$

- (a) Dire se  $\gamma$  è una curva regolare.
- (b) Calcolare l'integrale su  $\gamma$  della funzione  $f(x, y) = x$ .
- (c) Calcolare l'integrale su  $\gamma$  del campo vettoriale

$$\mathbf{F} = (1 + xy^2)e^{xy^2} \mathbf{i} + 2x^2ye^{xy^2} \mathbf{j}.$$

4. Studiare, al variare del parametro  $\alpha > 0$ , la convergenza delle serie numeriche

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \left( e^{-\frac{1}{2n}} - \cos \left( \frac{1}{\sqrt{n}} \right) \right)^{\alpha} \quad (b) \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n}{\alpha} \right)^n \frac{1}{n!}.$$

5. Sia  $f$  la funzione di variabile complessa  $f(z) = \frac{e^{i\pi z}}{z^3 + 8}$  e sia  $\gamma_R$  la circonferenza di centro  $z = 1$  e raggio  $R$  percorsa in senso antiorario. Al variare di  $R > 0$ , calcolare l'integrale di  $f$  su  $\gamma_R$ .
6. (da svolgere solo per Ing. Civ.-Amb.) Sia  $f(x, y) = 3x + x^2 + y^2 - 4y + 2$  e sia  $\Gamma$  la circonferenza di equazione  $x^2 + y^2 = 4$ .
  - (a) Trovare massimo e minimo assoluto di  $f$  su  $\Gamma$  utilizzando i moltiplicatori di Lagrange.
  - (b) Trovare massimo e minimo assoluto di  $f$  su  $C = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 4, y \geq 0\}$ .

# UNIVERSITÀ DI ROMA “TOR VERGATA”

## Analisi Matematica II per Ing. Civile-Ambientale, Elettronica, Internet

Prova scritta del 18.IX.2017 — Compito n.

1. (da svolgere solo per Ing. Elettronica, Internet)

Trovare i punti critici della funzione  $f(x, y) = (2y - 8)x^4 - y^2 + 1$  e determinare se sono punti di massimo o minimo locale, o nessuno dei due.

2. Sia  $C \subset \mathbb{R}^3$  il cono avente per base il cerchio di centro l'origine e raggio 2 nel piano  $z = 0$ , e per vertice il punto  $(0, 0, 1)$ . Calcolare l'integrale

$$\iiint_C [(1-x)e^z + y^2] dx dy dz.$$

3. Si consideri la curva di equazione

$$\gamma(t) = ((1 - \sin t) \cos t, (1 - \sin t) \sin t), \quad t \in [0, \pi].$$

- (a) Dire se  $\gamma$  è una curva regolare.
- (b) Calcolare l'integrale su  $\gamma$  della funzione  $f(x, y) = x$ .
- (c) Calcolare l'integrale su  $\gamma$  del campo vettoriale

$$\mathbf{F} = (1 + xy^2)e^{xy^2} \mathbf{i} + 2x^2ye^{xy^2} \mathbf{j}.$$

4. Studiare, al variare del parametro  $\alpha > 0$ , la convergenza delle serie numeriche

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \left( e^{-\frac{1}{2n}} - \cos \left( \frac{1}{\sqrt{n}} \right) \right)^{\alpha} \quad (b) \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n}{\alpha} \right)^n \frac{1}{n!}.$$

5. Sia  $f$  la funzione di variabile complessa  $f(z) = \frac{e^{i\pi z}}{z^3 + 8}$  e sia  $\gamma_R$  la circonferenza di centro  $z = 1$  e raggio  $R$  percorsa in senso antiorario. Al variare di  $R > 0$ , calcolare l'integrale di  $f$  su  $\gamma_R$ .

6. (da svolgere solo per Ing. Civ.-Amb.) Sia  $f(x, y) = 3x + x^2 + y^2 - 4y + 2$  e sia  $\Gamma$  la circonferenza di equazione  $x^2 + y^2 = 4$ .

- (a) Trovare massimo e minimo assoluto di  $f$  su  $\Gamma$  utilizzando i moltiplicatori di Lagrange.
- (b) Trovare massimo e minimo assoluto di  $f$  su  $C = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 4, y \geq 0\}$ .