

UNIVERSITÀ DI ROMA “TOR VERGATA”

Analisi Matematica II per Ingegneria dell'Edilizia, Edile-Architettura

Prova scritta del 17.VI.2022, compito n.1

1. Si consideri la funzione $f(x, y) = xy^4 - x^2y^2 - 3xy^2$. Dire se i punti $P_1 = (-1, 1)$ e $P_2 = (0, 0)$ sono di massimo/minimo locale per f .
2. Sia $f(x, y) = 2x + y^2$ e sia Γ la curva di equazione $3x^2 + 2y^2 = R$, dove R è un parametro reale.
 - (a) Dire per quali valori di R la curva Γ è regolare.
 - (b) Trovare max e min assoluto di f su Γ nel caso $R = 1$ e nel caso $R = 4$.

3. Calcolare l'integrale di $f(x, y, z) = 4x^2 + z^2$ sull'insieme

$$\Omega = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 \leq 2, x^2 + y^2 \geq 1\}.$$

4. Si consideri la curva di equazione parametrica

$$\gamma(t) = (1 - 2\cos^3 t, 2\sin^3 t), \quad t \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right].$$

- (a) Mostrare che la curva passa per il punto $\left(\frac{3}{4}, \frac{3\sqrt{3}}{4}\right)$ e trovare l'equazione della retta tangente in tale punto.
- (b) Calcolare la lunghezza di γ .
- (c) Calcolare l'integrale $\int_{\gamma} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{x}$, dove $\mathbf{F} = \left(x \ln(1 + y^2), y + \frac{x^2 y}{1 + y^2}\right)$.

5. Trovare la soluzione dell'equazione differenziale

$$y'' - 5y' + 4y = 2e^{2x}$$

che soddisfa le condizioni iniziali $y(0) = 2, y'(0) = 4$.

UNIVERSITÀ DI ROMA “TOR VERGATA”

Analisi Matematica II per Ingegneria dell'Edilizia, Edile-Architettura

Prova scritta del 17.VI.2022, compito n.2

1. Si consideri la funzione $f(x, y) = x^2y^2 + 3x^2y - x^4y$. Dire se i punti $P_1 = (1, -1)$ e $P_2 = (0, 0)$ sono di massimo/minimo locale per f .
2. Sia $f(x, y) = y^2 - 2x$ e sia Γ la curva di equazione $3x^2 + 2y^2 = R$, dove R è un parametro reale.
 - (a) Dire per quali valori di R la curva Γ è regolare.
 - (b) Trovare max e min assoluto di f su Γ nel caso $R = 1$ e nel caso $R = 3$.

3. Calcolare l'integrale di $f(x, y, z) = 4y^2 - z^2$ sull'insieme

$$\Omega = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 \leq 2, x^2 + y^2 \geq 1\}.$$

4. Si consideri la curva di equazione parametrica

$$\gamma(t) = (2 \cos^3 t - 1, 2 \sin^3 t), \quad t \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right].$$

- (a) Mostrare che la curva passa per il punto $\left(-\frac{3}{4}, \frac{3\sqrt{3}}{4}\right)$ e trovare l'equazione della retta tangente in tale punto.
- (b) Calcolare la lunghezza di γ .
- (c) Calcolare l'integrale $\int_{\gamma} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{x}$, dove $\mathbf{F} = \left(x \ln(1 + y^2), \frac{x^2 y}{1 + y^2} - y\right)$.

5. Trovare la soluzione dell'equazione differenziale

$$y'' - 5y' + 4y = -4e^{2x}$$

che soddisfa le condizioni iniziali $y(0) = 1, y'(0) = 6$.