UNIVERSITÀ DI ROMA "TOR VERGATA"

Analisi Matematica II per Ingegneria dell'Edilizia, Edile-Architettura

Prova scritta del 17.II.2022, prima variante

1. Sia $f(x,y) = (x^2+y^2-1)(y-1)$ e siano $P_1 = (0, -\frac{1}{3})$, $P_2 = (\frac{1}{2}, 0)$, $P_3 = (0,1)$.
   (a) Dire se i punti P_1, P_2 sono di massimo o minimo locale, o nessuno dei due.
   (b) Mostrare che il punto P_3 è di minimo locale per le restrizioni di f su tutte le rette passanti per esso, ma non è di minimo locale per f.

2. Trovare max e min assoluti di $f(x,y) = x^5 - y^5$ sull'insieme
$$C = \{(x,y) \,:\, x^4 + y^4 \le 2\}.$$

3. Calcolare l'integrale di $f(x,y) = 2y^2 + 3z^2$ sull'insieme
$$E = \left\{ (x,y) \;:\; x^2+y^2+z^2 \le 4, \quad x^2+y^2 \le \frac{z^2}{3}, \quad z \ge 0 \right\}.$$

4. Si consideri la curva di equazione parametrica
$$\gamma(t) = (\, e^{3t}\cos t \,,\, e^{3t}\,\mathrm{sen}\, t\,), \qquad t \in [-\pi, \pi]\,.$$
   (a) Mostrare che la curva possiede un solo punto sul semiasse y positivo e trovare l'equazione della retta tangente in tale punto.
   (b) Calcolare la lunghezza di γ.
   (c) Calcolare l'integrale $\int_\gamma \mathbf{F} \cdot \mathbf{dx}$, dove $\mathbf{F} = \left(xe^{y^2} \,,\, ye^{y^2}(1+x^2) \right)$.

5. Si consideri l'equazione differenziale
$$y' = (y^2 - 2y)x.$$
Trovare le soluzioni dell'equazione che soddisfano rispettivamente le condizioni iniziali: (i) $y(0) = 0$, (ii) $y(0) = 1$.

UNIVERSITÀ DI ROMA "TOR VERGATA"

Analisi Matematica II per Ingegneria dell'Edilizia, Edile-Architettura

Prova scritta del 17.II.2022, seconda variante

1. Sia $f(x,y) = (x^2+y^2-4)(2-y)$ e siano $P_1 = (0, -\frac{2}{3})$, $P_2 = (1,0)$, $P_3 = (0,2)$.
   (a) Dire se i punti P_1, P_2 sono di massimo o minimo locale, o nessuno dei due.
   (b) Mostrare che il punto P_3 è di massimo locale per le restrizioni di f su tutte le rette passanti per esso, ma non è di massimo locale per f.

2. Trovare max e min assoluti di $f(x,y) = 2x^5 + 2y^5$ sull'insieme
$$C = \{(x,y) \,:\, x^4 + y^4 \leq 1\}.$$

3. Calcolare l'integrale di $f(x,y) = 2x^2 + y^2 + 1$ sull'insieme
$$E = \left\{ (x,y) \,:\, x^2+y^2+z^2 \leq 1, \quad x^2+y^2 \leq \frac{z^2}{3}, \quad z \geq 0 \right\}.$$

4. Si consideri la curva di equazione parametrica
$$\gamma(t) = (\, e^{3t}\cos t \,,\, e^{3t}\,\mathrm{sen}\, t\,), \qquad t \in [0, 2\pi]\,.$$
   (a) Mostrare che la curva possiede un solo punto sul semiasse x negativo e trovare l'equazione della retta tangente in tale punto.
   (b) Calcolare la lunghezza di γ.
   (c) Calcolare l'integrale $\int_\gamma \mathbf{F}\cdot\mathbf{dx}$, dove $\mathbf{F} = \left(2x^3e^{y^2}\,,\,(x^4-1)ye^{y^2}\right)$.

5. Si consideri l'equazione differenziale
$$y' = (y^2 + 2y)x.$$
   Trovare le soluzioni dell'equazione che soddisfano rispettivamente le condizioni iniziali: (i) $y(0) = -2$, (ii) $y(0) = 2$.

UNIVERSITÀ DI ROMA "TOR VERGATA"

Analisi Matematica II per Ingegneria dell'Edilizia, Edile-Architettura

Prova scritta del 17.II.2022, terza variante

1. Sia $f(x,y) = (y+2)(x^2+y^2-4)$ e siano $P_1 = (-1,0)$, $P_2 = (0, \frac{2}{3})$, $P_3 = (0,-2)$.
   (a) Dire se i punti P_1, P_2 sono di massimo o minimo locale, o nessuno dei due.
   (b) Mostrare che il punto P_3 è di massimo locale per le restrizioni di f su tutte le rette passanti per esso, ma non è di massimo locale per f.

2. Trovare max e min assoluti di $f(x,y) = y^5 - x^5$ sull'insieme
$$C = \{(x,y)\ :\ x^4 + y^4 \leq 4\}.$$

3. Calcolare l'integrale di $f(x,y) = 2x^2 - z^2$ sull'insieme
$$E = \Big\{\ (x,y)\ \ :\ \ x^2+y^2+z^2 \leq 4, \quad x^2+y^2 \leq z^2, \quad z \geq 0 \Big\}\,.$$

4. Si consideri la curva di equazione parametrica
$$\gamma(t) = (\, e^{2t}\cos t\,,\ e^{2t}\,\mathrm{sen}\, t\,), \qquad t \in [-\pi, \pi]\,.$$
   (a) Mostrare che la curva possiede un solo punto sul semiasse y negativo e trovare l'equazione della retta tangente in tale punto.
   (b) Calcolare la lunghezza di γ.
   (c) Calcolare l'integrale $\int_\gamma \mathbf{F}\cdot\mathbf{dx}$, dove $\mathbf{F} = (\, x\cos(y^2)\,,\ (2-x^2)y\,\mathrm{sen}\,(y^2)\,)\,.$

5. Si consideri l'equazione differenziale
$$y' = (y^2 - 4y)x.$$
Trovare le soluzioni dell'equazione che soddisfano rispettivamente le condizioni iniziali: (i) $y(0) = 0$, (ii) $y(0) = 2$.

UNIVERSITÀ DI ROMA "TOR VERGATA"

Analisi Matematica II per Ingegneria dell'Edilizia, Edile-Architettura

Prova scritta del 17.II.2022, quarta variante

1. Sia $f(x,y) = (x^2+y^2-1)(x+1)$ e siano $P_1 = (\frac{1}{3}, 0)$, $P_2 = (0, \frac{1}{2})$, $P_3 = (-1, 0)$.
   (a) Dire se i punti P_1, P_2 sono di massimo o minimo locale, o nessuno dei due.
   (b) Mostrare che il punto P_3 è di massimo locale per le restrizioni di f su tutte le rette passanti per esso, ma non è di massimo locale per f.

2. Trovare max e min assoluti di $f(x,y) = x^5 - y^5$ sull'insieme
$$C = \{(x,y) \,:\, x^4 + y^4 \leq 8\}.$$

3. Calcolare l'integrale di $f(x,y) = 2y^2 + 3z^2$ sull'insieme
$$E = \left\{ (x,y) \;:\; x^2+y^2+z^2 \leq 4, \quad x^2+y^2 \leq \frac{z^2}{3}, \quad z \leq 0 \right\}.$$

4. Si consideri la curva di equazione parametrica
$$\gamma(t) = (\, e^{3t}\cos t\,,\, e^{3t}\operatorname{sen} t\,), \qquad t \in [-\pi, \pi]\,.$$
   (a) Mostrare che la curva possiede un solo punto sul semiasse y negativo e trovare l'equazione della retta tangente in tale punto.
   (b) Calcolare la lunghezza di γ.
   (c) Calcolare l'integrale $\int_\gamma \mathbf{F}\cdot\mathbf{dx}$, dove $\mathbf{F} = \left(xe^{y^2}\,,\, ye^{y^2}(1+x^2) \right)$.

5. Si consideri l'equazione differenziale
$$y' = (y^2-4)x.$$
   Trovare le soluzioni dell'equazione che soddisfano rispettivamente le condizioni iniziali: (i) $y(0) = 0$, (ii) $y(0) = 2$.

UNIVERSITÀ DI ROMA "TOR VERGATA"

Analisi Matematica II per Ingegneria dell'Edilizia, Edile-Architettura

Prova scritta del 17.II.2022, quinta variante

1. Sia $f(x,y) = (x+2)(x^2+y^2-4)$ e siano $P_1 = (0,-1)$, $P_2 = (\frac{2}{3},0)$, $P_3 = (-2,0)$.
   (a) Dire se i punti P_1, P_2 sono di massimo o minimo locale, o nessuno dei due.
   (b) Mostrare che il punto P_3 è di massimo locale per le restrizioni di f su tutte le rette passanti per esso, ma non è di massimo locale per f.

2. Trovare max e min assoluti di $f(x,y) = y^5 - x^5$ sull'insieme
$$C = \{(x,y) \,:\, x^4 + y^4 \le 8\}.$$

3. Calcolare l'integrale di $f(x,y) = 2x^2 - z^2$ sull'insieme
$$E = \Big\{ \, (x,y) \; : \; x^2+y^2+z^2 \le 4, \quad x^2+y^2 \le z^2, \quad z \le 0 \Big\}\,.$$

4. Si consideri la curva di equazione parametrica
$$\gamma(t) = (\, e^{2t}\cos t \,,\, e^{2t}\,\mathrm{sen}\, t\,), \qquad t \in [-\pi,\pi]\,.$$
   (a) Mostrare che la curva possiede un solo punto sul semiasse y negativo e trovare l'equazione della retta tangente in tale punto.
   (b) Calcolare la lunghezza di γ.
   (c) Calcolare l'integrale $\int_\gamma \mathbf{F}\cdot\mathbf{dx}$, dove $\mathbf{F} = (\, x\cos(y^2)\,,\, (2-x^2)y\,\mathrm{sen}\,(y^2)\,)\,.$

5. Si consideri l'equazione differenziale
$$y' = (4-y^2)x.$$
   Trovare le soluzioni dell'equazione che soddisfano rispettivamente le condizioni iniziali: (i) $y(0) = 0$, (ii) $y(0) = 2$.