UNIVERSITÀ DI ROMA "TOR VERGATA"

Analisi Matematica II per Ingegneria dell'Edilizia, Edile-Architettura

Prova scritta del 14.IX.2022, compito n.

1. Sia $f(x,y) = (3-y)(x^2+y^2-9)$.
   (a) Trovare i punti critici di f e dire se sono di max/min nei casi con determinante hessiano non nullo.
   (b) Mostrare che f ha un punto ciritico che è di massimo per tutte le restrizioni di f lungo le rette passanti per esso, ma che non è di massimo per f.

2. Sia $\Omega = T \cup S$, dove T è il triangolo di vertici $(0,0)$, $(-2,-1)$ e $(2,-1)$ ed S è il semicerchio di centro $(0,-1)$ e raggio 2 che si trova al di sotto della retta $y=-1$. Calcolare l'integrale doppio su Ω della funzione $f(x,y) = x^2 - y$.

3. Calcolare l'integrale di $f(x,y,z) = x^2 - z^2$ sull'insieme
$$\Omega = \{(x,y,z) \ : \ x^2+y^2+z^2 \leq 4,\ x^2+y^2 \geq 1\}.$$

4. Si consideri la curva di equazione parametrica
$$\gamma(t) = (\, 2\cos t + 1\,,\ \operatorname{sen} t\,), \qquad t \in \left[-\frac{\pi}{2}, \pi\right].$$
   (a) Mostrare che la curva possiede un solo punto sull'asse y e trovare l'equazione della retta tangente in tale punto.
   (b) Calcolare l'integrale su γ del campo $\mathbf{F} = (\,2y, -x)$.
   (c) Calcolare l'integrale su γ del campo $\mathbf{G} = \left(\dfrac{3x^5}{x^6+y^2+1}\,,\ \dfrac{y}{x^6+y^2+1} - \operatorname{sen} \pi y \right)$.

5. Trovare la soluzione dell'equazione differenziale
$$y'' - 4y' + 4y = 8x - 4$$
che soddisfa le condizioni iniziali $y(0) = -1, y'(0) = 0$.

UNIVERSITÀ DI ROMA "TOR VERGATA"

Analisi Matematica II per Ingegneria dell'Edilizia, Edile-Architettura

Prova scritta del 14.IX.2022, compito n.

1. Sia $f(x, y) = (x + 3)(x^2 + y^2 - 9)$.

   (a) Trovare i punti critici di f e dire se sono di max/min nei casi con determinante hessiano non nullo.

   (b) Mostrare che f ha un punto critico che è di massimo per tutte le restrizioni di f lungo le rette passanti per esso, ma che non è di massimo per f.

2. Sia $\Omega = T \cup S$, dove T è il triangolo di vertici $(0, 0)$, $(-1, -2)$ e $(1, -2)$ ed S è il semicerchio di centro $(0, -2)$ e raggio 1 che si trova al di sotto della retta $y = -2$. Calcolare l'integrale doppio su Ω della funzione $f(x, y) = x^2 + y$.

3. Calcolare l'integrale di $f(x, y, z) = z^2 - y^2$ sull'insieme

$$\Omega = \{(x, y, z) \ : \ x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, \ x^2 + y^2 \geq 2\}.$$

4. Si consideri la curva di equazione parametrica

$$\gamma(t) = (\, 2\cos t + 1 \,, \ \operatorname{sen} t \,), \qquad t \in \left[-\pi, \frac{\pi}{2}\right].$$

   (a) Mostrare che la curva possiede un solo punto sull'asse y e trovare l'equazione della retta tangente in tale punto.

   (b) Calcolare l'integrale su γ del campo $\mathbf{F} = (\, -y, 2x)$.

   (c) Calcolare l'integrale su γ del campo $\mathbf{G} = \left(\dfrac{4x^7}{x^8 + y^2 + 1} \,, \ \dfrac{y}{x^8 + y^2 + 1} \ - \ \operatorname{sen} \pi y \right)$.

5. Trovare la soluzione dell'equazione differenziale

$$y'' + 4y' + 4y = 8x + 4$$

che soddisfa le condizioni iniziali $y(0) = 1, y'(0) = 0$.

UNIVERSITÀ DI ROMA "TOR VERGATA"

Analisi Matematica II per Ingegneria dell'Edilizia, Edile-Architettura

Prova scritta del 14.IX.2022, compito n.

1. Sia $f(x,y) = (y-3)(x^2+y^2-9)$.
   (a) Trovare i punti critici di f e dire se sono di max/min nei casi con determinante hessiano non nullo.
   (b) Mostrare che f ha un punto critico che è di minimo per tutte le restrizioni di f lungo le rette passanti per esso, ma che non è di minimo per f.

2. Sia $\Omega = T \cup S$, dove T è il triangolo di vertici $(0,0)$, $(-2,-1)$ e $(2,-1)$ ed S è il semicerchio di centro $(0,-1)$ e raggio 2 che si trova al di sotto della retta $y=-1$. Calcolare l'integrale doppio su Ω della funzione $f(x,y) = x^2 - y$.

3. Calcolare l'integrale di $f(x,y,z) = x^2 - z^2$ sull'insieme
$$\Omega = \{(x,y,z)\ :\ x^2+y^2+z^2 \leq 4,\ x^2+y^2 \geq 2\}.$$

4. Si consideri la curva di equazione parametrica
$$\gamma(t) = (\,2\cos t + 1\,,\ \operatorname{sen} t\,), \qquad t \in \left[-\frac{\pi}{2}, \pi\right].$$
   (a) Mostrare che la curva possiede un solo punto sull'asse y e trovare l'equazione della retta tangente in tale punto.
   (b) Calcolare l'integrale su γ del campo $\mathbf{F} = (\,2y, -x)$.
   (c) Calcolare l'integrale su γ del campo $\mathbf{G} = \left(\dfrac{3x^5}{x^6+y^2+1}\,,\ \dfrac{y}{x^6+y^2+1} - \operatorname{sen}\pi y\right)$.

5. Trovare la soluzione dell'equazione differenziale
$$y'' + 4y' + 4y = 8x + 4$$
che soddisfa le condizioni iniziali $y(0) = 1, y'(0) = 0$.