

UNIVERSITÀ DI ROMA “TOR VERGATA”

Analisi Matematica II per e Ing. Civile e Ambientale e Ing. Medica

Prova scritta del 10.VII.2019 — Compito n.

1. Trovare i punti critici di $f(x, y) = x^2 + 2(4 - x)y^4 + 1$ e dire se sono di max/min locale.
2. (solo per Ing. Medica) Sia data la funzione $f(x, y) = x^2 + y^2 + 4y$.
 - (a) Trovare max e min assoluto di f su $\Gamma = \{(x, y) : x^2 + 5y^2 = 5\}$.
 - (b) Trovare max e min assoluto di f su $C = \{(x, y) : x^2 + 5y^2 \leq 5, y \geq 0\}$.
3. Sia $C \subset \mathbb{R}^3$ il cono avente per base il cerchio di centro l'origine e raggio 2 nel piano $z = 0$, e per vertice il punto $(0, 0, 4)$. Calcolare l'integrale su C della funzione $f(x, y, z) = (x - y)^2 - z$.
4. Sia γ la curva piana di equazione $\gamma(t) = (t + \cos t, \sin t - 1)$, con $t \in [0, 2\pi]$.
 - (a) Dire se γ è una curva regolare.
 - (b) Calcolare l'integrale di prima specie su γ della funzione $f(x, y) = \sqrt{4 + 2y}$.
 - (c) Calcolare l'integrale di seconda specie su γ del campo vettoriale

$$\mathbf{F} = e^x(y^2 + x)\mathbf{i} + [2y(e^x + 1)]\mathbf{j}.$$

5. Studiare la convergenza delle serie seguenti al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$:

$$(a) \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{\alpha + 1}\right)^n \quad (b) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{1}{n^{\alpha+2}} + \frac{1}{n^{4-\alpha}}\right) \quad (c) \sum_{n=1}^{\infty} \left[n - n^2 \operatorname{sen} \left(\frac{1}{n}\right)\right]^\alpha.$$

6. (solo per Ing. Civile e Ambientale)

- (a) Calcolare l'integrale della funzione di variabile complessa $f(z) = \frac{e^{i\pi z}}{z^4 + 4}$ sulla circonferenza di centro $z = -2$ e raggio 2 percorsa in senso antiorario.
- (b) Calcolare l'integrale improprio reale $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos \pi x}{x^4 + 4} dx$ (giustificando il procedimento seguito).

UNIVERSITÀ DI ROMA “TOR VERGATA”

Analisi Matematica II per e Ing. Civile e Ambientale e Ing. Medica

Prova scritta del 10.VII.2019 — Compito n.

1. Trovare i punti critici di $f(x, y) = 2x^4(y - 4) - y^2 - 2$ e dire se sono di max/min locale.
2. (solo per Ing. Medica) Sia data la funzione $f(x, y) = x^2 - 4y + y^2$.
 - (a) Trovare max e min assoluto di f su $\Gamma = \{(x, y) : x^2 + 5y^2 = 5\}$.
 - (b) Trovare max e min assoluto di f su $C = \{(x, y) : x^2 + 5y^2 \leq 5, y \leq 0\}$.
3. Sia $C \subset \mathbb{R}^3$ il cono avente per base il cerchio di centro l'origine e raggio 2 nel piano $z = 0$, e per vertice il punto $(0, 0, 4)$. Calcolare l'integrale su C della funzione $f(x, y, z) = 2z - 2(x + y)^2$.
4. Sia γ la curva piana di equazione $\gamma(t) = (t + \sin t, \cos t - 1)$, con $t \in [0, 2\pi]$.
 - (a) Dire se γ è una curva regolare.
 - (b) Calcolare l'integrale di prima specie su γ della funzione $f(x, y) = \sqrt{4 + 2y}$.
 - (c) Calcolare l'integrale di seconda specie su γ del campo vettoriale

$$\mathbf{F} = e^x(y^2 + x)\mathbf{i} + [2y(e^x + 1)]\mathbf{j}.$$

5. Studiare la convergenza delle serie seguenti al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$:

$$(a) \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{1-\alpha}\right)^n \quad (b) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{1}{n^{\alpha+1}} + \frac{1}{n^{3-\alpha}}\right) \quad (c) \sum_{n=1}^{\infty} \left[n^\alpha - n^{\alpha+1} \sin\left(\frac{1}{n}\right) \right].$$

6. (solo per Ing. Civile e Ambientale)

- (a) Calcolare l'integrale della funzione di variabile complessa $f(z) = \frac{e^{i\pi z}}{z^4 + 4}$ sulla circonferenza di centro $z = 2$ e raggio 2 percorsa in senso antiorario.
- (b) Calcolare l'integrale improprio reale $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos \pi x}{x^4 + 4} dx$.