UNIVERSITÀ DI ROMA “TOR VERGATA”

Analisi Matematica II per Ing. Elettronica, Ing. Internet

Prova scritta del 10.I.2017 — Compito n. 1

1. Per ciascuna di queste funzioni, dire se il punto $(0,1)$ è un punto di massimo o minimo locale, o nessuno dei due:

$$f(x,y) = e^{2y+2x^2-y^2}, \qquad g(x,y) = x^2 - 2y^2 + y^3, \qquad h(x,y) = \cos(x^2) - \operatorname{sen}\left((y-1)^2\right) + 1.$$

2. Calcolare
$$\iiint_\Omega (xe^y + 4y^2 + z^2)\, dx\, dy\, dz,$$
dove $\Omega = \{\, (x,y,z) \ : \ x^2 + y^2 + (z-1)^2 \le 4,\ z \ge 0,\ y \le 0 \,\}$.

3. Si consideri il campo vettoriale
$$\mathbf{F} = \frac{-ay - 2x}{x^2 + y^2}\,\mathbf{i} \ + \frac{ax - 2y}{x^2 + y^2}\,\mathbf{j}\,,$$
dove $a \in \mathbb{R}$ è un parametro.
   (a) Dire per quali valori di $a \in \mathbb{R}$ il campo è conservativo.
   (b) Per i valori di a del punto precedente, calcolare l'integrale di $\mathbf{F}$ sulla curva
   $$\gamma(t) = \left(\ e^{\operatorname{sen} \pi t^4} - t\ ,\ 2t - t^2 + 1\ \right), \qquad t \in [0,1].$$
   (c) Per un a qualsiasi, dire quanto vale l'integrale di $\mathbf{F}$ su ϕ_1 e ϕ_5, dove ϕ_r indica la circonferenza di centro $(0,3)$ e raggio r percorsa in senso antiorario.

4. Studiare la convergenza delle serie numeriche
$$(a)\ \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\,e^{\frac{1}{n^3}} - 1} \qquad\qquad (b)\ \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\sqrt{n^2+1} - n\right).$$

5. Trovare, utilizzando la trasformata di Laplace, la soluzione dell'equazione differenziale
$$y' + 4y = 5 \operatorname{sen} 2x$$
che soddisfa la condizione iniziale $y(0) = 2$.

UNIVERSITÀ DI ROMA "TOR VERGATA"

Analisi Matematica II per Ing. Elettronica, Ing. Internet

Prova scritta del 10.I.2017 — Compito n. 2

1. Per ciascuna di queste funzioni, dire se il punto $(1,0)$ è un punto di massimo o minimo locale, o nessuno dei due:

$$f(x,y) = e^{2y-2x^2-y^2}, \quad g(x,y) = (x^2-y^2)(2x-3), \quad h(x,y) = \operatorname{sen}((x-1)^2) - \cos(y^2) - 1.$$

2. Calcolare

$$\iiint_\Omega (4x^2 + xe^y + z^2)\, dx\, dy\, dz,$$

dove $\Omega = \{\, (x,y,z) \ : \ x^2+y^2+(z+1)^2 \le 4,\ z \ge 0,\ y \le 0 \,\}$.

3. Si consideri il campo vettoriale

$$\mathbf{F} = \left(-\frac{ay}{x^2+y^2} - \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} \right) \mathbf{i} \ + \left(\frac{ax}{x^2+y^2} - \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}} \right) \mathbf{j}\,,$$

dove $a \in \mathbb{R}$ è un parametro.

   (a) Dire per quali valori di $a \in \mathbb{R}$ il campo è conservativo.

   (b) Per i valori di a del punto precedente, calcolare l'integrale di $\mathbf{F}$ sulla curva

$$\gamma(t) = (\ e^{\operatorname{sen} \pi t^4} - t\ ,\ 2t - t^2 + 1\ ), \qquad t \in [0,1].$$

   (c) Per un a qualsiasi, dire quanto vale l'integrale di $\mathbf{F}$ su ϕ_1 e ϕ_3, dove ϕ_r indica la circonferenza di centro $(2,0)$ e raggio r percorsa in senso antiorario.

4. Studiare la convergenza delle serie numeriche

$$(a)\ \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\ e^{\frac{1}{n}} + e^{-\frac{1}{n}} - 2} \qquad\qquad (b)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n - 10\sqrt{n} + 50}.$$

5. Trovare, utilizzando la trasformata di Laplace, la soluzione dell'equazione differenziale

$$y' - 4y = -5\cos 2x$$

che soddisfa la condizione iniziale $y(0) = 2$.

UNIVERSITÀ DI ROMA "TOR VERGATA"

Analisi Matematica II per Ing. Elettronica, Ing. Internet

Prova scritta del 10.I.2017 — Compito n. 3

1. Per ciascuna di queste funzioni, dire se il punto $(0,1)$ è un punto di massimo o minimo locale, o nessuno dei due:

$$f(x,y) = e^{2y-2x^2-y^2}, \qquad g(x,y) = x^2 - 2y^2 + y^3, \qquad h(x,y) = \operatorname{sen}(x^4) + \cos(\pi y) - 1.$$

2. Calcolare

$$\iiint_\Omega (4x^2 + ye^x + z^2)\,dx\,dy\,dz,$$

dove $\Omega = \{\,(x,y,z)\ :\ x^2+y^2+(z-1)^2 \le 4,\ z \ge 0,\ x \le 0\,\}$.

3. Si consideri il campo vettoriale

$$\mathbf{F} = \frac{x-ay}{x^2+y^2}\,\mathbf{i} \ + \frac{y+ax}{x^2+y^2}\,\mathbf{j}\,,$$

dove $a \in \mathbb{R}$ è un parametro.

   (a) Dire per quali valori di $a \in \mathbb{R}$ il campo è conservativo.

   (b) Per i valori di a del punto precedente, calcolare l'integrale di $\mathbf{F}$ sulla curva

$$\gamma(t) = (\ e^{\operatorname{sen}\pi t^4} - t\ ,\ 2t - t^2 + 1\ ), \qquad t \in [0,1].$$

   (c) Per un a qualsiasi, dire quanto vale l'integrale di $\mathbf{F}$ su ϕ_1 e ϕ_5, dove ϕ_r indica la circonferenza di centro $(3,0)$ e raggio r percorsa in senso antiorario.

4. Studiare la convergenza delle serie numeriche

$$(a)\ \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{1 - \cos\frac{1}{n}} \qquad\qquad (b)\ \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(n - \sqrt{n^2-1}\right).$$

5. Trovare, utilizzando la trasformata di Laplace, la soluzione dell'equazione differenziale

$$y' - 4y = 5\operatorname{sen} 2x$$

che soddisfa la condizione iniziale $y(0) = 2$.

UNIVERSITÀ DI ROMA "TOR VERGATA"

Analisi Matematica II per Ing. Elettronica, Ing. Internet

Prova scritta del 10.I.2017 — Compito n. 4

1. Per ciascuna di queste funzioni, dire se il punto $(1,0)$ è un punto di massimo o minimo locale, o nessuno dei due:

$$f(x,y) = e^{2y-2x^2-y^2}, \qquad g(x,y) = xy(1-x-y), \qquad h(x,y) = \cos(\pi x) + \operatorname{sen}(y^4) - 1.$$

2. Calcolare
$$\iiint_\Omega (4y^2 + ye^x + z^2)\, dx\, dy\, dz,$$
dove $\Omega = \{\, (x,y,z) \;:\; x^2+y^2+(z+1)^2 \leq 4,\ z \geq 0,\ x \leq 0 \,\}$.

3. Si consideri il campo vettoriale
$$\mathbf{F} = \left(\frac{2x}{\sqrt{x^2+y^2}} - \frac{ay}{x^2+y^2} \right) \mathbf{i} + \left(\frac{2y}{\sqrt{x^2+y^2}} + \frac{ax}{x^2+y^2} \right) \mathbf{j}\,,$$
dove $a \in \mathbb{R}$ è un parametro.

   (a) Dire per quali valori di $a \in \mathbb{R}$ il campo è conservativo.

   (b) Per i valori di a del punto precedente, calcolare l'integrale di $\mathbf{F}$ sulla curva
$$\gamma(t) = (\ e^{\operatorname{sen}\pi t^4} - t\ ,\ 2t - t^2 + 1\ ), \qquad t \in [0,1].$$

   (c) Per un a qualsiasi, dire quanto vale l'integrale di $\mathbf{F}$ su ϕ_1 e ϕ_3, dove ϕ_r indica la circonferenza di centro $(-2,0)$ e raggio r percorsa in senso antiorario.

4. Studiare la convergenza delle serie numeriche
$$(a)\ \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{1}{n} - \operatorname{sen}\frac{1}{n}} \qquad\qquad (b)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2 - 32\sqrt{n} + 50}.$$

5. Trovare, utilizzando la trasformata di Laplace, la soluzione dell'equazione differenziale
$$y' + 4y = 5\cos 2x$$
che soddisfa la condizione iniziale $y(0) = 2$.