

UNIVERSITÀ DI ROMA “TOR VERGATA”

Analisi Matematica II per Ing. Civile-Ambientale, Elettronica, Internet

Prova scritta del 1.IX.2017 — Compito n.

1. (da svolgere solo per Ing. Elettronica, Internet)

Trovare i punti critici della funzione $f(x, y) = (x + 1)(y^2 - x^2y)$ e determinare se sono punti di massimo o minimo locale, o nessuno dei due.

2. Calcolare

$$\iint_{\Omega} (x^2 + y^2) dx dy,$$

dove $\Omega = \{ (x, y) : x^2 + y^2 \leq 4, y \leq -1 \}$.

3. Si consideri il seguente campo vettoriale, dove $a \in \mathbb{R}$ è un parametro:

$$\mathbf{F} = \left(3y^2 e^{xy^2} + xy \right) \mathbf{i} + \left(6xy e^{xy^2} - ax^2 \right) \mathbf{j}.$$

- (a) Dire per quali valori di a il campo \mathbf{F} è conservativo.
(b) Per gli a del punto precedente, calcolare $\int_{\gamma} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{x}$, dove γ è la curva di equazione $\gamma(t) = (t^{10} + t^6 - t^4 - 2t^2, t^2 - 1)$, $t \in [0, 1]$
(c) Per un valore di a qualunque, calcolare $\int_{\zeta} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{x}$, dove ζ è il segmento avente gli stessi estremi di γ .
(d) Per un a qualsiasi, dire quanto vale l'integrale di \mathbf{F} sulla circonferenza di centro $(0, 0)$ e raggio 5 (sugg. applicare il teorema di Stokes).

4. Studiare la convergenza delle serie numeriche

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{e^{\frac{1}{n^2}} + e^{-\frac{1}{n^2}} - 2} \qquad (b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n^2 + n} - n}.$$

5. Trovare, utilizzando la trasformata di Laplace, la soluzione dell'equazione differenziale

$$y'' + 4y = 10e^{-x}$$

che soddisfa la condizione iniziale $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$. (NB la risposta deve essere scritta come funzione di variabile reale)

6. (da svolgere solo per Ing. Civile-Ambientale) Sia $f(x, y) = x^2 - y$.

- (a) Trovare max e min assoluto di f su $\Gamma = \{ (x, y) : 2x^2 - 4y + y^2 = 0 \}$.
(b) Trovare max e min assoluto di f su $C = \{ (x, y) : 2x^2 - 4y + y^2 \leq 0, y \geq 2 \}$.