

UNIVERSITÀ DI ROMA “TOR VERGATA”

Analisi Matematica I per Ingegneria — Prof. C. Sinestrari

Risposte ai quesiti del 17.X.2011 su massimi, minimi, estremo superiore e inferiore.

1. (a) $\inf A = 0$, $\sup A = 1$, $\min A$ e $\max A$ non esistono.
(b) $\inf A = -1$, $\sup A = \max A = 1$, $\min A$ non esiste.
(c) $\inf A = \min A = -1$, $\sup A = 4$, $\max A$ non esiste.
(d) $\inf A = -\infty$, $\sup A = \max A = 6$, $\min A$ non esiste.
(e) $\inf A = \min A = 1$, $\sup A = +\infty$, $\max A$ non esiste.
(f) $\inf A = 0$, $\sup A = \max A = 1$, $\min A$ non esiste.
(g) $\inf A = \min A = -1$, $\sup A = \max A = \frac{1}{2}$.
(h) $\inf A = -1$, $\sup A = 1$, $\min A$ e $\max A$ non esistono.
2. (a) $\inf f = \min f = 0$, $\sup f = +\infty$, $\max f$ non esiste.
(b) $\inf f = -\frac{\pi}{2}$, $\sup f = \frac{\pi}{2}$, $\min f$ e $\max f$ non esistono.
(c) $\inf f = \min f = -1$, $\sup f = \max f = 1$.
(d) $\inf f = 0$, $\sup f = +\infty$, $\min f$ e $\max f$ non esistono.
(e) $\inf f = \min f = 1$, $\sup f = +\infty$, $\max f$ non esiste.
(f) $\inf f = 0$, $\sup f = \max f = 1$, $\min f$ non esiste.
(g) $\inf f = 0$, $\sup f = \max f = 1$, $\min f$ non esiste.
(h) $\inf f = 0$, $\sup f = 1$, $\min f$ e $\max f$ non esistono.
(i) $\inf f = \min f = \frac{1}{3}$, $\sup f = \max f = 3$.
(j) $\inf f = \min f = -1$, $\sup f = \max f = 1$.
(k) $\inf f = \min f = 0$, $\sup f = +\infty$, $\max f$ non esiste.
(l) $\inf f = \min f = 0$, $\sup f = \max f = 1$.
(m) $\inf f = \min f = 0$, $\sup f = +\infty$, $\max f$ non esiste.
(n) $\inf f = \min f = 0$, $\sup f = 1$, $\max f$ non esiste.

3. (a) $\inf f = \min f = 1$, $\sup f = 5$, $\max f$ non esiste.
 (b) $\inf f = 1$, $\sup f = \max f = 4$, $\min f$ non esiste.
 (c) $\inf f = \min f = 0$, $\sup f = \max f = 1$.
 (d) $\inf f = -2$, $\sup f = 0$, $\min f$ e $\max f$ non esistono.
 (e) $\inf f = \min f = 0$, $\sup f = 1$, $\max f$ non esiste.
 (f) $\inf f = \min f = 0$, $\sup f = 9$, $\max f$ non esiste.
4. La monotonia delle funzioni si dimostra usando la definizione e ricordando come varia un quoziente al crescere/decrescere del numeratore/denominatore (a seconda anche che il numeratore/denominatore sia positivo o negativo). Omettiamo la dimostrazione di queste proprietà e indichiamo solo il risultato finale:

- (a) f è crescente, $\min f = -1$, $\max f = -\frac{1}{2}$.
 (b) f è decrescente, $\min f = -\frac{31}{16}$, $\max f = 0$.
 (c) f è decrescente, $\min f = \frac{101}{1000}$, $\max f = \frac{11}{20}$.
 (d) f è decrescente, $\min f = 0$, $\max f = 1$.
 (e) f è crescente, $\min f = -\frac{9}{2}$, $\max f = -\frac{2}{3}$.
 (f) f è crescente, $\min f = 1$, $\max f = 7$.

5. Il punto $x = 0$ è rispettivamente di

- | | |
|----------------------|--------------------------|
| (a) minimo assoluto | (b) né massimo né minimo |
| (c) minimo relativo | (d) né massimo né minimo |
| (e) massimo assoluto | (f) minimo relativo |
| (g) minimo assoluto | (h) né massimo né minimo |
| (i) minimo assoluto | (j) massimo assoluto. |