

UNIVERSITÀ DI ROMA “TOR VERGATA”

Analisi Matematica I per Ingegneria — Prof. C. Sinestrari

Risposte agli esercizi sui numeri complessi del 16.I.2012

1. (a) $z_1 = \sqrt{3} + i$, $z_2 = -\sqrt{3} + i$, $z_3 = -2i$.
(b) $z_1 = i$, $z_2 = \frac{-\sqrt{3} - i}{2}$, $z_3 = \frac{\sqrt{3} - i}{2}$.
(c) $z_1 = \sqrt{3} + i$, $z_2 = -1 + \sqrt{3}i$, $z_3 = -\sqrt{3} - i$, $z_4 = 1 - \sqrt{3}i$.
(d) $z_1 = 1 + i$, $z_2 = -1 + i$, $z_3 = -1 - i$, $z_4 = 1 - i$.
(e) $z_1 = 2$, $z_2 = 2i$, $z_3 = -2$, $z_4 = -2i$.
2. (a) $z_1 = -\sqrt{3} - 2i$, $z_2 = \sqrt{3} - 2i$, $z_3 = i$.
(b) $z_1 = 1 + \sqrt{3} + i$, $z_2 = 1 - \sqrt{3} + i$, $z_3 = 1 - 2i$.
(c) $z_1 = \frac{\sqrt{3} + i}{2}$, $z_2 = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$, $z_3 = \frac{-\sqrt{3} - i}{2}$, $z_4 = \frac{1 - \sqrt{3}i}{2}$.
(d) $z_1 = \frac{i}{2}$, $z_2 = \frac{-\sqrt{3} - i}{4}$, $z_3 = \frac{\sqrt{3} - i}{4}$.
3. (a) $z = i$
(b) $z = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$
(c) $z = -i$
(d) $z = 2i$.
4. Bisogna trovare dapprima le radici complesse $z_1, z_2, \dots$ dei polinomi (che sono rispettivamente le radici seste di -1 e le radici ottave di 1) ottenendo una scomposizione dei polinomi in fattori lineari complessi $(x - z_i)$. Per ottenere la fattorizzazione a coefficienti reali si moltiplicano poi tra loro i termini che corrispondono a radici coniugate, ottenendo rispettivamente
(a) $P(x) = (x^2 + 1)(x^2 + \sqrt{3}x + 1)(x^2 - \sqrt{3}x + 1)$.
(b) $P(x) = (x - 1)(x + 1)(x^2 + 1)(x^2 + \sqrt{2}x + 1)(x^2 - \sqrt{2}x + 1)$.