UNIVERSITÀ DI ROMA "TOR VERGATA"

Analisi Matematica I per Ingegneria — Prof. C. Sinestrari

Esercizi – 30.I.2012

1. Risolvere i seguenti problemi di Cauchy (NB porre attenzione al fatto che nei vari esercizi il termine con la y compare a volte al primo e a volte al secondo membro)

(a) $\begin{cases} y' = 2y + e^{3x} \\ y(0) = -1. \end{cases}$ (b) $\begin{cases} y' = -y + 2xe^{-x} \\ y(0) = 0. \end{cases}$

(c) $\begin{cases} y' + \dfrac{y}{x} = 2\cos(x^2) \\ y\left(\sqrt{\dfrac{\pi}{2}}\right) = \sqrt{\dfrac{2}{\pi}}. \end{cases}$ (d) $\begin{cases} y' + \dfrac{2y}{x} = 3e^{x^3} \\ y(1) = 3e. \end{cases}$

(e) $\begin{cases} y' + \dfrac{y}{\tan x} = \operatorname{sen} x \\ y\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = -\dfrac{\pi}{4} \end{cases}$ (f) $\begin{cases} y' = \dfrac{1-x^4}{x} y + x^4 \\ y(2) = -2. \end{cases}$

2. Risolvere i seguenti problemi di Cauchy

(a) $\begin{cases} y' = y^2 \\ y(0) = 1. \end{cases}$ (b) $\begin{cases} y' = y^2(x+1) \\ y(0) = 2. \end{cases}$

(c) $\begin{cases} y' = (1+y^2)(x+2) \\ y(0) = -1. \end{cases}$ (d) $\begin{cases} y' = y^3 \operatorname{sen} x \\ y(0) = 1. \end{cases}$

(e) $\begin{cases} y' = 2y + 3 \\ y(0) = -3. \end{cases}$ (f) $\begin{cases} y' = yx + x \\ y(0) = 1. \end{cases}$

(g) $\begin{cases} y' = 2x + xy \\ y(0) = -1. \end{cases}$ (h) $\begin{cases} y' = e^{-y}(\operatorname{sen} x + 2x) \\ y(1) = 0. \end{cases}$

(i) $\begin{cases} y' = \dfrac{x}{(1+y)(1+x^2)} \\ y(0) = -3. \end{cases}$ (j) $\begin{cases} y' = \dfrac{e^{2y}}{x+2} \\ y(-1) = 0. \end{cases}$

(k) $\begin{cases} y' = xe^{y-x-2} \\ y(-1) = 1. \end{cases}$ (l) $\begin{cases} y' = 2xe^{y+1-x^2} \\ y(0) = -1 + \ln 2. \end{cases}$

3. Risolvere l'equazione $y' = y^2 - y - 2$ con condizioni iniziali:

(a) $y(0) = -2$ (b) $y(0) = 0$ (c) $y(0) = 2.$

4. Risolvere l'equazione $y' = 1 - y^2$ con condizioni iniziali:

$$\text{(a)} \quad y(0) = 0 \qquad \text{(b)} \quad y(0) = 1 \qquad \text{(c)} \quad y(0) = 2.$$

5. Risolvere l'equazione $y' = \dfrac{e^x}{y}$ con condizioni iniziali:

$$\text{(a)} \quad y(0) = 1 \qquad \text{(b)} \quad y(0) = -1.$$

6. Risolvere i seguenti problemi di Cauchy

$$\text{(a)} \quad \begin{cases} y' = \cos^2 y \\ y(0) = \pi. \end{cases} \qquad\qquad \text{(b)} \quad \begin{cases} y' = \dfrac{1+2x}{\cos y} \\ y(0) = \pi. \end{cases}$$

7. Risolvere i seguenti problemi di Cauchy:

   (a) $y'' + 4y = 0$ con condizioni iniziali $y(0) = 3$, $y'(0) = -4$.
   (b) $y'' + 3y' + 2y = 0$ con condizioni iniziali $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.
   (c) $y'' + 2y' + 2y = 0$ con condizioni iniziali $y(0) = 0$, $y'(0) = -2$.
   (d) $y'' + y' - 2y = 0$ con condizioni iniziali $y(0) = -1$, $y'(0) = 0$.
   (e) $y'' - 6y' + 9y = 0$ con condizioni iniziali $y(0) = 2$, $y'(0) = -1$.

8. Determinare l'integrale generale delle seguenti equazioni:

   (a) $y'' + 4y' - 21y = 3e^{2x}$
   (b) $y'' + 6y' + 8y = 16x^2 - 14$
   (c) $y'' + 9y = 2e^x + 9x - 18$
   (d) $y'' - 4y' + 20y = 10e^{4x} - 5x + 1$
   (e) $y'' + 3y' = 2\,\mathrm{sen}\, x$.

9. Risolvere i seguenti problemi di Cauchy

   (a) $y'' + 2y' + 5y = 15x + 16$ con condizioni iniziali $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$
   (b) $y'' - 6y' + 10y = 5x - 18$ con condizioni iniziali $y(0) = -1$, $y'(0) = 2$.
   (c) $y'' + 4y' + 4y = 32e^{2x}$ con condizioni iniziali $y(0) = 3$, $y'(0) = 1$.
   (d) $y'' + 6y' + 10y = e^{-3x}$ con condizioni iniziali $y(0) = 0$, $y'(0) = 3$.
   (e) $y'' + 2y' + 2y = 5\cos 2x$ con condizioni iniziali $y(0) = -1$, $y'(0) = 2$

10. Trovare un integrale particolare delle seguenti equazioni:

   (a) $y'' + y = \mathrm{sen}\, x$. (Sugg. porre $\bar{y}(x) = Ax\,\mathrm{sen}\, x + Bx\cos x$)
   (b) $y'' - 3y' + 2y = e^{2x}$. (Sugg. porre $\bar{y}(x) = Axe^{2x}$)
   (c) $y'' + 6y' + 9y = e^{-3x}$. (Sugg. porre $\bar{y}(x) = Ax^2e^{-3x}$)
   (d) $y'' + 3y' = 18x^2 - 1$. (Sugg. porre $\bar{y}(x) = x(Ax^2 + Bx + C)$)
   (e) $y'' = 3x - 2$. (Sugg. porre $\bar{y}(x) = x^2(Ax + B)$)

Vedere anche ad es. i §4A, 4B, 4C e 5A del libro di Marcellini-Sbordone, (vol.2 parte prima).