UNIVERSITÀ DI ROMA "TOR VERGATA"

Analisi Matematica I per Ingegneria — Prof. C. Sinestrari

Esercizi sui limiti di successioni – 28.XI.2011

1. Calcolare i seguenti limiti

(a) $\lim_{n\to+\infty} \frac{3n^2+1}{n-n^2-2}$

(b) $\lim_{n\to+\infty} \frac{2n^2+3}{n^4+n}$

(c) $\lim_{n\to+\infty} \frac{\sqrt{n^4+n-2}+n^2}{n^2+1}$

(d) $\lim_{n\to+\infty} \frac{n^{3/2}+\sqrt{n}-2n}{\sqrt{2n^3+3}-1}$

(e) $\lim_{n\to+\infty} \frac{3^n+4^n}{2^n+5^n}$

(f) $\lim_{n\to+\infty} \frac{n^3+n^n}{3^n-n!}$

(g) $\lim_{n\to+\infty} \frac{2^n+n^3}{n!+\operatorname{sen} n}$

(h) $\lim_{n\to+\infty} \frac{4^{-n}+2^n+\ln n}{3^n+\operatorname{arctg} n}$

(i) $\lim_{n\to+\infty} \frac{\ln(n^4+n^2+1)}{\ln(n^3+2)}$

(j) $\lim_{n\to+\infty} \frac{\ln(e^{2n}+n^2)}{n}$

(k) $\lim_{n\to+\infty} \sqrt{n+1}-\sqrt{n}$

(l) $\lim_{n\to+\infty} n\left(\sqrt{n-1}-\sqrt{n}\right)$

(m) $\lim_{n\to+\infty} \sqrt{n^2+3n+1}-n$

(n) $\lim_{n\to+\infty} n \operatorname{tg}\left(\frac{1}{n}\right)$

(o) $\lim_{n\to+\infty} \frac{n^3+5n+6}{2n-1} \operatorname{sen}\left(\frac{3}{n^2}\right)$

(p) $\lim_{n\to+\infty} \frac{\operatorname{sen}(n^2)}{n^2+1}$

(q) $\lim_{n\to+\infty} n^4\left(1-\cos\left(\frac{1}{3n^2}\right)\right)$

(r) $\lim_{n\to+\infty} \left(1+\frac{1}{2n+1}\right)^{3n}$

(s) $\lim_{n\to+\infty} \left(\frac{n^2-2}{n^2+3}\right)^{n^2}$

(t) $\lim_{n\to+\infty} \left(\cos\left(\frac{1}{n}\right)\right)^{n^2}$

2. Calcolare i seguenti limiti

(a) $\lim_{n\to\infty}\left[n\,\mathrm{sen}\left(\pi+\frac{1}{n}\right)+\sqrt{n^2-3n}-n\right]$

(b) $\lim_{n\to\infty}\left[n\cos\left(\frac{\pi}{2}+\frac{1}{n}\right)+\left(\frac{n+1}{n-1}\right)^n\right].$

(c) $\lim_{n\to+\infty}\ln\left(\cos\left(\frac{2}{n}\right)\right)\sqrt{n+9n^4}$

(d) $\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{n^3+3n+1}{n^3}\right)^{n^2}+\frac{\ln(2^n+n^2)}{n}$

(e) $\lim_{n\to+\infty}\left[\ln(2n+3)-\ln(3n+2)+\frac{2^{n+1}+3^{n-1}}{2^n+3^n}\right]$

(f) $\lim_{n\to+\infty}\left[\frac{\sqrt[n]{n^4+n^3}}{\ln n}+\frac{\ln(4n^2+1)}{\ln(8n^3+1)}\right]$

(g) $\lim_{n\to+\infty}\left[\frac{\ln(n^3+n^2)+\ln(n^2+n)}{\ln n}+n(\sqrt{n^2+1}-n)\right].$

3. Mostrare usando la definizione, che valgono i limiti seguenti (dando un'espressione esplicita di $\nu(\varepsilon)$ nel caso di limiti finiti e di $\nu(M)$ nel caso di limiti infiniti).

(a) $\lim_{n\to+\infty}\frac{1}{n}=0$

(b) $\lim_{n\to+\infty}\frac{n}{n-1}=1$

(c) $\lim_{n\to+\infty}\frac{(-1)^n}{n^2+n}=0$

(d) $\lim_{n\to+\infty}\sqrt{1+\frac{1}{n^2}}=1$

(e) $\lim_{n\to+\infty}\sqrt{n+2}=+\infty$

(f) $\lim_{n\to+\infty}2n-n^2=-\infty.$

NB Vedere anche il capitolo 7 del libro di Marcellini-Sbordone (specialmente i §7B, 7E), il capitolo 2.1 del libro di Salsa-Squellati, gli esercizi sulle successioni (limiti-ordini) del libro di Callegari.