

UNIVERSITÀ “TOR VERGATA” — FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Analisi Matematica I — Prova scritta del 6.IX.2012 — Compito n.1

1. (7 punti) Calcolare i limiti

$$(a) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^4 + n^3} - n^2}{\ln(1 + n^2 + 2^n)} \left(\frac{n^2}{n^2 - 2} \right)^{n^2}$$

$$(b) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{arctg}(1 + x^2) \left(\frac{\operatorname{sen} 2x - e^x \ln(1 + 2x)}{x^4 \operatorname{sen}(1/x) + x - \operatorname{sen} x} \right)$$

2. (7 punti) Sia data la funzione

$$f(x) = x^2 |2 - \ln x|.$$

Studiare il dominio di f , eventuali asintoti, monotonia, eventuali punti di massimo/minimo relativo/assoluto, eventuali punti di non derivabilità, convessità, e disegnare un grafico qualitativo.

3. (4 punti) Trovare i numeri complessi z che risolvono l'equazione

$$z^3 = \frac{(1 + i)^8}{(1 - i)^2}.$$

4. (7 punti) Studiare, al variare del parametro $a \in \mathbb{R}$, la convergenza dell'integrale

$$\int_0^{\pi/4} \frac{(\operatorname{sen} 2x)^a}{(\cos 2x - 3)^2 (\cos 2x - 1)} dx.$$

e calcolare il valore esatto dell'integrale nel caso $a = 3$.

5. (5 punti) Trovare la soluzione $y(x)$ dell'equazione

$$y'' - 5y' + 6y = 4e^x + 12x - 4$$

che soddisfa le condizioni $y(0) = 1$, $y'(0) = -1$.

UNIVERSITÀ “TOR VERGATA” — FACOLTÀ DI INGEGNERIA
Analisi Matematica I — Prova scritta del 6.IX.2012 — Compito n.2

1. (7 punti) Calcolare i limiti

$$(a) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^6 - n^4} - n^3}{\ln(1 + n^3 + 3^n)} \left(\frac{n^2}{n^2 - 2} \right)^{n^2}$$

$$(b) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \cos(x^2 - x) \left(\frac{\sin 4x - e^{2x} \ln(1 + 4x)}{x^4 \cos(1/x) + \sin x - x} \right)$$

2. (7 punti) Sia data la funzione

$$f(x) = x^2 |3 - 2 \ln x|.$$

Studiare il dominio di f , eventuali asintoti, monotonia, eventuali punti di massimo/minimo relativo/assoluto, eventuali punti di non derivabilità, convessità, e disegnare un grafico qualitativo.

3. (4 punti) Trovare i numeri complessi z che risolvono l'equazione

$$z^3 = \frac{(1 - i)^8}{(1 + i)^2}.$$

4. (7 punti) Studiare, al variare del parametro $a \in \mathbb{R}$, la convergenza dell'integrale

$$\int_0^\pi \frac{(\sin x)^a}{(\cos x - 3)^2(\cos x - 1)} dx.$$

e calcolare il valore esatto dell'integrale nel caso $a = 3$.

5. (5 punti) Trovare la soluzione $y(x)$ dell'equazione

$$y'' + 5y' + 6y = 4e^{-x} - 12x - 4$$

che soddisfa le condizioni $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$.

UNIVERSITÀ “TOR VERGATA” — FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Analisi Matematica I — Prova scritta del 6.IX.2012 — Compito n.3

1. (7 punti) Calcolare i limiti

$$(a) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^4 + n^3} - n^2}{\ln(n^2 + 2^n)} \left(\frac{n^2}{n^2 + 2} \right)^{n^2}$$

$$(b) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \cos(x + x^2) \left(\frac{x - \operatorname{sen} x - x^4 \operatorname{sen}(1/x)}{e^x \ln(1 + 2x) - \operatorname{sen} 2x} \right)$$

2. (7 punti) Sia data la funzione

$$f(x) = 2x^2 |\ln x - 2|.$$

Studiare il dominio di f , eventuali asintoti, monotonia, eventuali punti di massimo/minimo relativo/assoluto, eventuali punti di non derivabilità, convessità, e disegnare un grafico qualitativo.

3. (4 punti) Trovare i numeri complessi z che risolvono l'equazione

$$z^3 = \frac{(1+i)^2}{(1-i)^8}.$$

4. (7 punti) Studiare, al variare del parametro $a \in \mathbb{R}$, la convergenza dell'integrale

$$\int_0^\pi \frac{(\operatorname{sen} x)^3}{(\cos x - 3)^2 (1 - \cos x)^a} dx.$$

e calcolare il valore esatto dell'integrale nel caso $a = 1$.

5. (5 punti) Trovare la soluzione $y(x)$ dell'equazione

$$y'' - 5y' + 6y = 4e^x + 12x - 4$$

che soddisfa le condizioni $y(0) = 3$, $y'(0) = 3$.

UNIVERSITÀ “TOR VERGATA” — FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Analisi Matematica I — Prova scritta del 6.IX.2012 — Compito n.4

1. (7 punti) Calcolare i limiti

$$(a) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^6 - n^4} - n^3}{\ln(n^3 + 3^n)} \left(\frac{n}{n+2} \right)^n$$

$$(b) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{arctg}(x^2 - 1) \left(\frac{x^4 \cos(1/x) + x - \operatorname{sen} x}{e^{2x} \ln(1 + 4x) - \operatorname{sen} 4x} \right)$$

2. (7 punti) Sia data la funzione

$$f(x) = 2x^2 |2 \ln x - 3|.$$

Studiare il dominio di f , eventuali asintoti, monotonia, eventuali punti di massimo/minimo relativo/assoluto, eventuali punti di non derivabilità, convessità, e disegnare un grafico qualitativo.

3. (4 punti) Trovare i numeri complessi z che risolvono l'equazione

$$z^3 = \frac{(1-i)^2}{(1+i)^8}.$$

4. (7 punti) Studiare, al variare del parametro $a \in \mathbb{R}$, la convergenza dell'integrale

$$\int_0^{\pi/4} \frac{(\operatorname{sen} 2x)^3}{(\cos 2x - 3)^2 (1 - \cos 2x)^a} dx.$$

e calcolare il valore esatto dell'integrale nel caso $a = 1$.

5. (5 punti) Trovare la soluzione $y(x)$ dell'equazione

$$y'' + 5y' + 6y = 4e^{-x} - 12x - 4$$

che soddisfa le condizioni $y(0) = 3$, $y'(0) = -3$.