

UNIVERSITÀ “TOR VERGATA” — FACOLTÀ DI INGEGNERIA  
Analisi Matematica I — Prova scritta del 6.VII.2012 — Compito n.1

1. (6 punti) Calcolare i limiti

$$(a) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln(n\sqrt{n} + \operatorname{arctg} n)}{\ln(3n^2 + n)} \left(1 + \frac{2}{n!}\right)^{n^2}$$

$$(b) \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(1 + x^2) - 3x \operatorname{sen} x + 2x^2}{(e^{2x^2} \cos(3x) - 1)^3}.$$

2. (9 punti) Sia data la funzione

$$f(x) = x + \ln \left(1 + \left| \frac{x}{x-2} \right| \right).$$

Studiare il dominio di  $f$ , eventuali asintoti, monotonia, eventuali punti di massimo/minimo relativo/assoluto, eventuali punti di non derivabilità, convessità, e disegnare un grafico qualitativo.

3. (6 punti) Calcolare l'integrale

$$\int \frac{\ln(x^2 + 4)}{(x + 1)^2} dx.$$

4. (4 punti) Trovare i numeri complessi  $z$  che risolvono l'equazione

$$(z - 2)^3 = \frac{1}{(2 + 2i)^2}.$$

5. (5 punti) Si consideri la funzione  $f(x, y) = 1 + 4x^2 + 3y^2 - 2x^3y$ .

(a) Scrivere l'equazione del piano tangente al grafico di  $f$  nel punto  $(x_0, y_0, f(x_0, y_0))$ , dove  $(x_0, y_0) = (1, 2)$ .

(b) Trovare i punti critici di  $f$  e dire se sono punti di massimo o minimo locale.

UNIVERSITÀ “TOR VERGATA” — FACOLTÀ DI INGEGNERIA  
Analisi Matematica I — Prova scritta del 6.VII.2012 — Compito n.2

1. (6 punti) Calcolare i limiti

$$(a) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln(n^2 \sqrt{n} + \operatorname{sen} n)}{\ln(3n^3 + 1)} \left(1 + \frac{2}{n-1}\right)^{2n}$$

$$(b) \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(e^{3x^2} \cos(2x) - 1)^3}{\ln(1+x^2) - 3x \operatorname{sen} x + 2x^2}.$$

2. (9 punti) Sia data la funzione

$$f(x) = x + \ln \left( 2 + \left| \frac{2x}{x+2} \right| \right).$$

Studiare il dominio di  $f$ , eventuali asintoti, monotonia, eventuali punti di massimo/minimo relativo/assoluto, eventuali punti di non derivabilità, convessità, e disegnare un grafico qualitativo.

3. (6 punti) Calcolare l'integrale

$$\int \frac{\ln(x^2 + 4)}{(x+2)^2} dx.$$

4. (4 punti) Trovare i numeri complessi  $z$  che risolvono l'equazione

$$(z+i)^3 = \frac{1}{(2+2i)^2}.$$

5. (5 punti) Si consideri la funzione  $f(x, y) = 2x^2(xy + 2) + 3y^2 + 2$ .

(a) Scrivere l'equazione del piano tangente al grafico di  $f$  nel punto  $(x_0, y_0, f(x_0, y_0))$ , dove  $(x_0, y_0) = (1, 2)$ .

(b) Trovare i punti critici di  $f$  e dire se sono punti di massimo o minimo locale.

UNIVERSITÀ “TOR VERGATA” — FACOLTÀ DI INGEGNERIA  
Analisi Matematica I — Prova scritta del 6.VII.2012 — Compito n.3

1. (6 punti) Calcolare i limiti

$$(a) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln(n + 1/n)}{\ln(3n^2\sqrt{n} + n)} \left(1 + \frac{2}{n^n}\right)^{n!}$$

$$(b) \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{3x \operatorname{sen} x - \ln(1 + x^2) - 2x^2}{(1 - e^{3x^2} \cos(4x))^3}.$$

2. (9 punti) Sia data la funzione

$$f(x) = x + \ln \left(1 + \left| \frac{x}{x+2} \right| \right).$$

Studiare il dominio di  $f$ , eventuali asintoti, monotonia, eventuali punti di massimo/minimo relativo/assoluto, eventuali punti di non derivabilità, convessità, e disegnare un grafico qualitativo.

3. (6 punti) Calcolare l'integrale

$$\int \frac{\ln(x^2 + 9)}{(x + 1)^2} dx.$$

4. (4 punti) Trovare i numeri complessi  $z$  che risolvono l'equazione

$$(z - 2i)^3 = \frac{2}{(1 - i)^2}.$$

5. (5 punti) Si consideri la funzione  $f(x, y) = 1 - 2y^2(xy + 2) - 3x^2$ .

(a) Scrivere l'equazione del piano tangente al grafico di  $f$  nel punto  $(x_0, y_0, f(x_0, y_0))$ , dove  $(x_0, y_0) = (1, 2)$ .

(b) Trovare i punti critici di  $f$  e dire se sono punti di massimo o minimo locale.