UNIVERSITÀ "TOR VERGATA" — FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Analisi Matematica I — Prova scritta del 28.II.2012 — Compito n.

1. (6 punti) Disporre in ordine crescente di infinitesimo per $x \to 0^+$ le funzioni

$$f(x) = x^{(x^2)} - \cos x, \qquad g(x) = e^{x^3+x+2}\,(x\cos 2x - \operatorname{sen} x)$$

$$h(x) = \left(\, e^{-x/2} - \cos(\sqrt{x}) + \operatorname{sen} x\, e^{x-\frac{1}{x}}\,\right)(\ln x)^2.$$

2. (4 punti) Calcolare il limite

$$\lim_{n\to\infty} \left(1 + \frac{1}{n^n}\right)^{n!} \frac{\ln(n^2 + e^{2n})}{\sqrt{n^4+1} - \sqrt{n^4+n^3}}$$

3. (8 punti) Sia data la funzione

$$f(x) = (2x+4)e^{\left|\frac{1-x}{x}\right|}.$$

Studiare il dominio di f, eventuali asintoti, monotonia, eventuali punti di massimo/minimo relativo/assoluto, eventuali punti di non derivabilità, convessità, e disegnare un grafico qualitativo.

4. (6 punti) Calcolare l'integrale definito

$$\int_{-1}^{1} \ln(x^2 - 2x + 5)\, dx.$$

5. (6 punti) Trovare la soluzione $y(x)$ dell'equazione

$$y'' + 4y' + 4y = 25 \operatorname{sen} x$$

che soddisfa le condizioni $y(0) = -2$, $y'(0) = 1$.

UNIVERSITÀ "TOR VERGATA" — FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Analisi Matematica I — Prova scritta del 28.II.2012 — Compito n.

1. (6 punti) Disporre in ordine crescente di infinitesimo per $x \to 0^+$ le funzioni

$$f(x) = \ln x\,(\,\cos(\sqrt{x}) - e^{-x/2} + \operatorname{sen} x\, e^{x^2 - \frac{1}{x}}\,),$$

$$g(x) = \cos(x^5 + x^2)\,(\,\ln(1+2x) - 2\operatorname{sen} x\,), \qquad h(x) = (x^x - \cos x)^2.$$

2. (4 punti) Calcolare il limite

$$\lim_{n\to\infty} \left(1 + \frac{1}{n!}\right)^{n^2} \frac{\sqrt{n^4 - n^3} - \sqrt{n^4 + 1}}{\ln(n^3 + e^{3n})}.$$

3. (8 punti) Sia data la funzione

$$f(x) = (x+2)e^{\left|\frac{x+1}{x}\right|}.$$

Studiare il dominio di f, eventuali asintoti, monotonia, eventuali punti di massimo/minimo relativo/assoluto, eventuali punti di non derivabilità, convessità, e disegnare un grafico qualitativo.

4. (6 punti) Calcolare l'integrale definito

$$\int_{-1}^{1} \ln(x^2 + 2x + 5)\, dx.$$

5. (6 punti) Trovare la soluzione $y(x)$ dell'equazione

$$y'' - 4y' + 4y = -25 \operatorname{sen} x$$

che soddisfa le condizioni $y(0) = -2$, $y'(0) = -1$.