Rappresentazioni dello schema in gruppo fondamentale

Marco A. Garuti

Seminario di Teoria dei Numeri

Università di Roma II, 01.IV.2005

Su una varietà complessa liscia X, le rappresentazioni del gruppo fondamentale (sistemi locali) possono essere interpretate come fibrati vettoriali su X dotati di una connessione integrabile.

Su una varietà in caratteristica p, le rappresentazioni ℓ-adiche del gruppo fondamentale per $\ell \neq p$ sono state ampiamente studiate, con risultati spettacolari, negli anni 60-70. Tali sistemi locali ℓ-adici non hanno un'interpretazione in termini di fibrati a connessione.

Per $\ell = p$, le rappresentazioni p-adiche di $\pi_1(X)$ ammettono un'interpretazione come fibrati a connessione su una varietà di caratteristica zero di cui X è la riduzione modulo p. Tuttavia, questi sistemi locali p-adici costituiscono solo una piccola parte della "giusta" categoria dei fasci p-adici: per esempio, l'immagine diretta della coomologia di un morfismo proprio e liscio $f : Y \to X$ non è un sistema locale p-adico.

I risultati degli ultimi 20 anni fanno pensare che la categoria "giusta" sia quella dei cosiddetti F-isocristalli, fasci a connessione come sopra dotati di un operatore di Frobenius F: i sistemi locali p-adici corrispondo ai fasci per i quali l'operatore F ha autovalori di modulo 1.

In questo seminario, dopo una breve panoramica, descriverò la sottocategoria degli F-isocristalli per i quali il modulo degli autovalori dell'operatore F (o meglio il poligono di Nexwton) è costante. Questi sistemi locali possono essere interpretati come rappresentazioni dello *schema in gruppi fondamentale*, uno schema in gruppi appunto che generalizza il gruppo fondamentale.