1. Disegnare le seguenti coniche:
   (i) $X^2+Y^2+XY+X+Y=1$;
   (ii) $5X^2-26XY+5Y^2+72=0$;
   (iii) $X^2+Y^2-2XY-2Y=0$;
   (iv) $3X^2-8XY-3Y^2+10=0$;
   (v) $2Y^2+2\sqrt{3}XY-2\sqrt{3}X+2Y=5$;
   (vi) $9X^2+16Y^2+24XY-40X+30Y=0$;
   (vii) $3X^2+2XY+3Y^2+2\sqrt{2}X-2\sqrt{2}Y=0$;
   (viii) $2X^2+4XY+5Y^2-12=0$.

2. Portare le seguenti quadriche in forma "canonica metrica" mediante una isometria.
   (i) $4Z^2+2X+3Y+8Z=0$;
   (ii) $3X^2+6Y^2+2Z^2+12X+12Y+12Z+42=0$;
   (iii) $-3X^2+3Y^2-12XZ+12YZ+4X+4Y-2Z=0$;
   (iv) $7X^2+4Y^2-2Z^2-20XY+4XZ-16YZ+6X+3Y-6Z=0$;
   (v) $40X^2+13Y^2+45Z^2+36XY-12XZ+24YZ+15X-30Y+10Z+7=0$.

3. Sia C la conica data dall'equazione $Y^2=X$.
   (i) Determinare l'equazione della conica dopo la traslazione di passo $\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$. Sia C' la conica traslata. Far vedere che il punto $P=\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$ appartiene a C'.
   (ii) Determinare l'equazione della conica C' dopo una rotazione di 60 gradi intorne all'origine. Far vedere che l'immagine del punto P è $\begin{pmatrix}1/2-\sqrt{3}\\1/2\sqrt{3}+1\end{pmatrix}$.

4. Per ogni $t\in\mathbf{R}$ determinare il tipo della quadrica:
   (i) $X^2+tXY+Y^2+Z^2+2X-2Y=0$;
   (ii) $X^2+tXY+Y^2-4YZ+Z^2+2X-4Z=0$;
   (iii) $X^2+Y^2-Z^2-2X-2Y-2Z=tXY$.

5. Sia $a\in\mathbf{R}_{>0}$ e sia C la parabola data da $Y=aX^2$ e sia $F=\begin{pmatrix}0\\\frac{1}{2a}\end{pmatrix}$ il "fuoco" di C.
   (i) Calcolare l'equazione della retta passante per F e un punto $P=(x,ax^2)$ su C.
   (ii) Adesso vediamo la retta come "un raggio di luce" uscente da F. Calcolare l'equazione del "raggio riflesso" sulla parabola. Far vedere che per ogni punto P il "raggio riflesso" è una retta verticale.

6. (i) Far vedere che i punti $\begin{pmatrix}0\\\pm1\end{pmatrix}$ appartengono all'iperbole data da $Y^2-7X^2=1$. Trovare altri punti sull'iperbole con coordinate intere.
   (ii) Trovare punti $\begin{pmatrix}X\\Y\end{pmatrix}$ con coordinate intere e positive sull'iperbole

$$Y^2-19X^2=1.$$