

PROVA SCRITTA DI GEOMETRIA

26/11/2009

Esercizio 1. Sia $A : \mathbb{R}^6 \rightarrow \mathbb{R}^6$ l'applicazione lineare descritta dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Si calcoli il rango di A . Si determini una base di $\ker(A)$ e una base di $\operatorname{Im}(A)$.

Esercizio 2. Si dica se la matrice

$$\begin{pmatrix} i & 0 & 1 \\ 0 & 1 & i \\ 1 & 1 & i \end{pmatrix}$$

è invertibile, e in caso affermativo se ne calcoli l'inversa.

Esercizio 3. Si consideri in \mathbb{R}^3 il sottospazio V_k generato dai vettori

$$v_1 = \begin{vmatrix} 1 \\ k+1 \\ -1 \end{vmatrix}, v_2 = \begin{vmatrix} 1-k \\ 0 \\ 2k \end{vmatrix}, v_3 = \begin{vmatrix} k \\ 2 \\ -2k \end{vmatrix}.$$

Al variare di k , si determini la dimensione di V_k , si estragga una base di V_k dal sistema di generatori, e si esprimano i vettori rimanenti come combinazione lineare dei vettori della base.