13 Luglio 2015

Esame scritto di Geometria per Ingegneria (lettera P-Z, Salvatore)

Svolgere i seguenti esercizi, spiegando chiaramente i procedimenti svolti.

1) Si determinino tutte le soluzioni del seguente sistema lineare al variare del parametro $r \in \mathbb{R}$.

$$\begin{cases} x - y = 1 + r \\ 2x + ry + z = 1 \\ x - y + rz = 1 \end{cases}$$

2) Si consideri la trasformazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ tale che

$(1, 1, 3) \in ker(f)$, $f(1, 1, 2) = (1, -1)$, $f(-1, 0, 1) = (1, 1)$.

Si dica se f é ben definita, iniettiva, suriettiva.

Si scriva inoltre la matrice di f rispetto alle basi canoniche di $\mathbb{R}^3$ e $\mathbb{R}^2$.

3) Nello spazio euclideo si consideri la sfera S_1 di centro $C_1 = (1, 0, -1)$ e raggio 2 e la sfera S_2 di centro $C_2 = (1, 1, 1)$ e raggio 1. Si trovi il centro, il raggio della circonferenza $S_1 \cap S_2$ e il suo piano di appartenenza.

4) (Solo per l'esame da 6 crediti) Si consideri sullo spazio vettoriale $\mathbb{R}[x]_2$ dei polinomi reali di grado ≤ 2 il prodotto scalare

$$< f, g >= f(0)g(0) + f'(0)g'(0) + f''(0)g''(0)$$

Si determini una base ortonormale del sottospazio $V^\perp$ (complemento ortogonale di V) dove

$$V = Span\{1 + x + x^2\}.$$

Si trovino le proiezioni ortogonali di $-x$ su V e su $V^\perp$.

13 Luglio 2015

Esame scritto di Geometria per Ingegneria (lettera P-Z, Salvatore)

Svolgere i seguenti esercizi, spiegando chiaramente i procedimenti svolti.

1) Si determinino tutte le soluzioni del seguente sistema lineare al variare del parametro $r \in \mathbb{R}$.

$$\begin{cases} -rx + y + 2z = 1 \\ -x - ry + z = 1 \\ -x + z = 1 - r \end{cases}$$

2) Si consideri la trasformazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ tale che

$(1, 2, 1) \in ker(f)$, $(0, 1, 0) \in ker(f)$, $f(1, 1, 2) = (2, -1)$. .

Si dica se f é ben definita, iniettiva, suriettiva.

Si scriva inoltre la matrice di f rispetto alle basi canoniche di $\mathbb{R}^3$ e $\mathbb{R}^2$.

3) Nello spazio euclideo si consideri la sfera S_1 di centro $C_1 = (1, 0, 1)$ e raggio 1 e la sfera S_2 di centro $C_2 = (-1, -1, 1)$ e raggio 2. Si trovi il centro, il raggio della circonferenza $S_1 \cap S_2$ e il suo piano di appartenenza.

4) (Solo per l'esame da 6 crediti) Si consideri sullo spazio vettoriale $\mathbb{R}[x]_2$ dei polinomi reali di grado ≤ 2 il prodotto scalare

$$< f, g >= f(0)g(0) + f'(0)g'(0) + f''(0)g''(0)$$

Si determini una base ortonormale del sottospazio V dove

$$V = Span\{1 - x, x^2 + 1\}.$$

Si trovino le proiezioni ortogonali di $2x - 1$ su V e su $V^{\perp}$.