

## PROVA SCRITTA DI GEOMETRIA 4

3/12/2009

**Esercizio 1.** Sia  $X$  il quoziente del disco unitario  $\{z \in \mathbb{C}, |z| \leq 1\}$  per la relazione di equivalenza che identifica  $z \sim \zeta \cdot z$  se  $|z| = 1$  e  $\zeta \in \mathbb{C}$  verifica  $\zeta^3 = 1$ . Si calcoli il gruppo fondamentale di  $X$ .

**Esercizio 2.** Si consideri al variare del parametro reale  $k$  la curva chiusa piana di periodo  $2\pi$  definita da

$$\begin{aligned}x(t) &= \cos(t) + k \sin(t) \\ y(t) &= \cos(t) - k \sin(t).\end{aligned}$$

Si dica per quali valori di  $k$  la curva è regolare e si calcoli il suo indice di rotazione per tali valori.

**Esercizio 3.** Si consideri in  $\mathbb{R}^3$  la superficie  $S$  ottenuta ruotando attorno all'asse  $z$  la circonferenza contenuta nel piano  $Oxz$  di centro  $(2, 0, 0)$  e raggio 1.

- i) Si scrivano equazioni parametriche per  $S$ .
- ii) Si calcoli la seconda forma fondamentale di  $S$  nel punto  $P = (2, 0, 1)$  e si determini il tipo del punto  $P$ .
- iii) Si determinino le sezioni normali di curvatura massima e minima nel punto  $P$ .