

PROVA SCRITTA DI GEOMETRIA 4

3/12/2009

Esercizio 1. Sia X il quoziente del disco unitario $\{z \in \mathbb{C}, |z| \leq 1\}$ per la relazione di equivalenza che identifica $z \sim \zeta \cdot z$ se $|z| = 1$ e $\zeta \in \mathbb{C}$ verifica $\zeta^3 = 1$. Si calcoli il gruppo fondamentale di X .

Esercizio 2. Si consideri al variare del parametro reale k la curva chiusa piana di periodo 2π definita da

$$\begin{aligned}x(t) &= \cos(t) + k \sin(t) \\y(t) &= \cos(t) - k \sin(t).\end{aligned}$$

Si dica per quali valori di k la curva è regolare e si calcoli il suo indice di rotazione per tali valori.

Esercizio 3. Si consideri in \mathbb{R}^3 la superficie S ottenuta ruotando attorno all'asse z la circonferenza contenuta nel piano Oxz di centro $(2, 0, 0)$ e raggio 1.

- i) Si scrivano equazioni parametriche per S .
- ii) Si calcoli la seconda forma fondamentale di S nel punto $P = (2, 0, 1)$ e si determini il tipo del punto P .
- iii) Si determinino le sezioni normali di curvatura massima e minima nel punto P .