

20 Gennaio 2025 Scritto di Geometria 3

Svolgere i seguenti esercizi, spiegando chiaramente i procedimenti svolti.

1) Si consideri la curva  $\gamma$  nello spazio di equazione parametrica, per  $t \in \mathbb{R}$ ,

$$\gamma(t) = (\cosh(t), \sinh(t), t)$$

Si calcoli esplicitamente un parametro d'arco.

Si calcoli la lunghezza dell'arco di curva parametrizzato da  $t \in [0, 1]$ .

Si determini il dominio in cui la curva è regolare, e il dominio in cui è biregolare.

Determinare la curvatura e la torsione in funzione del parametro d'arco.

Si disegni approssimativamente la curva.

Si calcoli il riferimento mobile di Frenet per  $t = 0$ .

Si dica se la curva è piana.

(esonero) Si dica se la curva è un'elica circolare cilindrica.

2) Si consideri la superficie  $S$  di equazione parametrica

$$\alpha(u, v) = (u, v, uv)$$

con  $u, v \in \mathbb{R}$ .

La superficie è regolare?

Si disegni approssimativamente  $S$ .

Si calcoli la I forma fondamentale di  $S$ .

Si calcoli la II forma fondamentale di  $S$ .

Si determini il tipo di tutti i punti di  $S$ .

Determinare le linee asintotiche ove definite.

Determinare le linee di curvatura.

Si dica se esiste un'isometria tra  $S$  e una superficie rigata.

(esonero) Si dica se l'intersezione di  $S$  con il piano  $x = y$  è una geodetica.

(esonero) Determinare una curva su  $S$  che passi per l'origine, abbia la tangente parallela al vettore  $v = (1, 2, 0)$ , e abbia curvatura doppia rispetto alla curvatura normale nella direzione di  $v$ .