

16 Gennaio 2025 Secondo esonero di Geometria 3

Svolgere i seguenti esercizi, spiegando chiaramente i procedimenti svolti.

1) Si consideri la curva γ nello spazio di equazione parametrica, per $t \in \mathbb{R}$,

$$\gamma(t) = (\cos(t), \sin(2t), t)$$

Si determini il dominio in cui la curva è regolare, e il dominio in cui è biregolare.

Si disegni approssimativamente la curva.

Si calcoli il riferimento mobile di Frenet e il cerchio osculatore per $t = 0$.

Si dica se la curva è piana.

Si calcoli l'indice di rotazione della curva chiusa proiezione sul piano Oxy di γ ristretta a $t \in [0, 100\pi]$.

2) Si consideri la superficie S di equazione parametrica

$$\alpha(u, v) = ((2 + \cos(v)) \cos(u), (2 + \cos(v)) \sin(u), v)$$

con $u, v \in \mathbb{R}$.

La superficie è regolare?

Si disegni approssimativamente S .

Si calcoli la I forma fondamentale di S .

Si calcoli la II forma fondamentale di S .

Si determini il tipo di tutti i punti di S .

Determinare le linee di curvatura e le curvature principali.

Determinare gli eventuali punti ombelicali di S .

Si dica se esiste un'isometria tra S e una superficie rigata.

Determinare le direzioni asintotiche nei punti $v = \pi$.

Si dica se l'intersezione di S con il piano $z = 0$ è una geodetica.

Determinare la curvatura della curva intersezione di S con il piano $x = 2$ nel punto $(2, 0, \pi/2)$.