

Esonero N. 2 — 7 Giugno 2012

Sia Γ la curva nel piano (x, y) definita da $y = x^6$, per $x \in [0, +\infty)$. Sia S la superficie ottenuta ruotando Γ attorno all'asse delle y .

1. Provare che S è una superficie regolare nell'origine.
2. Trovare le curvature principali di S , la curvatura media e la curvatura di Gauss nell'origine.
3. Sia $\alpha : [a, b] \rightarrow S$ il meridiano parametrizzato per lunghezza d'arco che unisce $(1, 1, 0)$ a $(0, 0, 0)$. Dire se α è una geodetica motivando la risposta.
4. Determinare lo spazio tangente a S in $(1, 1, 0)$.
5. Calcolare il trasporto parallelo del vettore $(1, 6, 1) \in T_{(1,1,0)}S$ nel punto $(0, 0, 0)$ lungo α [Sugg: si utilizzino i punti 3 e 4 e le proprietà del trasporto parallelo].
6. Provare che S è diffeomorfa al piano $\{y = 0\}$ ma non è isometrica a tale piano.