

**GEOMETRIA 4**  
**ESERCITAZIONE SCRITTA DEL 22-9-2009**

**Esercizio 1.** Sia  $X$  il sottoinsieme del piano proiettivo complesso  $\mathbb{CP}^2$ , definito in coordinate omogenee dall'equazione

$$z_0^2 z_1^2 = z_2^4.$$

- (1) Si determini un sottoinsieme finito  $A$  di  $\mathbb{CP}^2$  tale che  $M = X \setminus A$  sia una sottovarietà differenziabile di  $\mathbb{CP}^2$ .
- (2) Si verifichi che  $X$  è uno spazio topologico compatto e connesso per archi e, dopo aver fissato un punto  $x_0 \in X$ , si calcoli il gruppo fondamentale  $\pi_1(X, x_0)$ .

**Esercizio 2.** Si consideri nello spazio la superficie

$$S = \{(x, y, z) \mid xyz = 1\}.$$

- (1) Scelta una opportuna parametrizzazione si calcoli la II forma fondamentale nel punto  $P = (1, 1, 1)$ .
- (2) Si calcoli la curvatura dell'intersezione di  $S$  con il piano di equazione  $x + y + 2z = 4$  in  $P$ .

**Esercizio 3.** Si calcoli l'indice di rotazione della curva chiusa piana definita per  $t \in [0, 4\pi]$  tale che

$$\begin{aligned}\gamma(t) &= (\sin(t), 1/2\sin(2t)) \text{ per } t \in [0, 2\pi], \\ \gamma(t) &= (1/2\sin(2t), \sin(t)) \text{ per } t \in [2\pi, 4\pi].\end{aligned}$$