

## GEOMETRIA IV A.A. 2001/2002

Esame scritto del 4/2/2003

### Esercizio 1

Si consideri la curva  $\gamma$  di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x(t) = t^2 - 1 \\ y(t) = t^2 - t \\ z(t) = 1 + t. \end{cases}$$

- a) Si determini il riferimento mobile nel punto  $P = (0, 0, 2)$ .
- b) Si determinino le equazioni del cerchio osculatore alla curva  $\gamma$  in  $P$ .
- c) Si dimostri che la curva  $\gamma$  è piana.
- d) Si calcoli, in una parametrizzazione opportuna, la I forma fondamentale della superficie dei binormali di  $\gamma$ , cioè l'unione delle rette binormali ai punti della curva.

### Esercizio 2

Si consideri la superficie  $S$  di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x(u, v) = uv \\ y(u, v) = u^2v \\ z(u, v) = u^2v^2 \end{cases}$$

- a) Si determinino la I e la II forma fondamentale di  $S$  nel punto  $P = (1, 1, 1)$ .
- b) Si determinino le direzioni di curvatura principale e le curvature principali di  $S$  in  $P$ , e si dica se  $P$  è ellittico, parabolico o iperbolico.
- c) Sia  $\pi$  un piano contenente la normale a  $S$  in  $P$  e la bisettrice di un angolo formato dalle due direzioni di curvatura principale in  $P$ . Si calcoli la curvatura dell'intersezione di  $S$  con  $\pi$ .