

GEOMETRIA IV A.A. 2001/2002

Esame scritto del 4/2/2003

Esercizio 1

Si consideri la curva γ di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x(t) = t^2 - 1 \\ y(t) = t^2 - t \\ z(t) = 1 + t. \end{cases}$$

- Si determini il riferimento mobile nel punto $P = (0, 0, 2)$.
- Si determinino le equazioni del cerchio osculatore alla curva γ in P .
- Si dimostri che la curva γ è piana.
- Si calcoli, in una parametrizzazione opportuna, la I forma fondamentale della superficie dei binormali di γ , cioè l'unione delle rette binormali ai punti della curva.

Esercizio 2

Si consideri la superficie S di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x(u, v) = uv \\ y(u, v) = u^2v \\ z(u, v) = u^2v^2 \end{cases}$$

- Si determinino la I e la II forma fondamentale di S nel punto $P = (1, 1, 1)$.
- Si determinino le direzioni di curvatura principale e le curvature principali di S in P , e si dica se P è ellittico, parabolico o iperbolico.
- Sia π un piano contenente la normale a S in P e la bisettrice di un angolo formato dalle due direzioni di curvatura principale in P . Si calcoli la curvatura dell'intersezione di S con π .