

GEOMETRIA IV A.A. 2001/2002

Esame scritto del 15/7/2002

Esercizio 1 (sostituisce il primo esonero)

Si consideri la curva γ di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x(t) = e^{-t} \\ y(t) = 4t - t^2 \\ z(t) = \ln(t). \end{cases}$$

- a) Si dica per quali valori di t la curva γ è ben definita, regolare, e biregolare.
- b) Si calcoli l'equazione del piano osculatore a γ in $P(t)$ per tutti i valori di t tali che ciò ha senso. La curva γ è piana?
- c) Si calcoli, in un sistema opportuno di parametri, la I forma fondamentale della superficie rigata ottenuta come unione delle rette parallele alla retta $x = y = z$ incidenti alla curva γ .

Esercizio 2 (sostituisce il secondo esonero)

Si consideri la superficie S di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x(u, v) = u^2 + uv \\ y(u, v) = u^2v + v \\ z(u, v) = uv + u^2v^2 \end{cases}$$

- a) Si dica se la superficie è regolare in $Q = P(1, 1)$, e in caso affermativo si scriva l'equazione del piano tangente in tal punto.
- b) Si dica se Q è un punto iperbolico, e in caso affermativo si calcolino le direzioni asintotiche in tal punto.
- c) Si calcoli la curvatura media in Q .