

**GEOMETRIA IV    A.A. 2001/2002**

**Esame scritto del 20/6/2002**

**Esercizio 1**

Si consideri la curva  $\gamma$  di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x(t) = t^2 + 1 \\ y(t) = e^t \\ z(t) = \sin(t). \end{cases}$$

- a) Si determini il riferimento mobile in  $P = (1, 1, 0)$ .
- b) Si scrivano le equazioni del cerchio osculatore a  $\gamma$  nel punto  $P$ .
- c) Si calcoli nel punto  $P$  la I forma fondamentale della superficie di rotazione  $S$  ottenuta ruotando  $\gamma$  attorno all'asse  $z$ .

**Esercizio 2**

Si consideri la superficie  $S$  di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x(u, v) = ue^v \\ y(u, v) = u^2 + v \\ z(u, v) = u \sin(v) \end{cases}$$

- a) Si determini la curvatura Gaussiana in  $Q = P(1, 0)$  e si dica se il punto è ellittico, parabolico o iperbolico.
- b) Si calcolino le direzioni principali in  $Q$ .
- c) Sia  $\gamma$  una curva giacente su  $S$ , passante per  $Q$ , la cui tangente in  $Q$  sia la bisettrice di uno degli angoli tra le due direzioni principali. Si determini la curvatura di  $\gamma$  in  $Q$ , sapendo che la normale principale a  $\gamma$  in  $Q$  e la normale a  $S$  in  $Q$  formano un angolo di 60 gradi.