

GEOMETRIA IV A.A. 2001/2002

Esame scritto del 20/6/2002

Esercizio 1

Si consideri la curva γ di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x(t) = t^2 + 1 \\ y(t) = e^t \\ z(t) = \sin(t). \end{cases}$$

- Si determini il riferimento mobile in $P = (1, 1, 0)$.
- Si scrivano le equazioni del cerchio osculatore a γ nel punto P .
- Si calcoli nel punto P la I forma fondamentale della superficie di rotazione S ottenuta ruotando γ attorno all'asse z .

Esercizio 2

Si consideri la superficie S di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x(u, v) = ue^v \\ y(u, v) = u^2 + v \\ z(u, v) = u \sin(v) \end{cases}$$

- Si determini la curvatura Gaussiana in $Q = P(1, 0)$ e si dica se il punto è ellittico, parabolico o iperbolico.
- Si calcolino le direzioni principali in Q .
- Sia γ una curva giacente su S , passante per Q , la cui tangente in Q sia la bisettrice di uno degli angoli tra le due direzioni principali. Si determini la curvatura di γ in Q , sapendo che la normale principale a γ in Q e la normale a S in Q formano un angolo di 60 gradi.