

I Esonero di Geometria e Algebra (Prof. Letizia)
 20/4/2006

Svolgere i seguenti esercizi dando brevi spiegazioni dei procedimenti e dei teoremi usati.

Esercizio 1.

Risolvere il sistema lineare

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 + 3x_5 = 1 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 6x_5 = 2 \\ 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 - 3x_4 - 9x_5 = 3. \end{cases}$$

Esercizio 2.

Calcolare il determinante di

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 5 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & -1 \\ 4 & -2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -3 & 2 \end{vmatrix}.$$

Esercizio 3.

Calcolare l'inversa, se esiste, di

$$A = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & -2 & 2 \end{vmatrix}.$$

Esercizio 4.

Trovare una base dello spazio delle soluzioni del sistema

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 0 \\ 2x_1 + x_3 - x_4 = 0. \end{cases}$$

Esercizio 5.

Trovare una base dello spazio $V \subseteq \mathbb{R}^3$ generato dai vettori

$$\left\{ \begin{vmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 2 \\ k \\ 0 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{vmatrix} \right\}$$

al variare di $k \in \mathbb{R}$.