21 Settembre 2018

Esame scritto di Geometria per Ingegneria (lettera P-Z, Salvatore)

Svolgere i seguenti esercizi, spiegando chiaramente i procedimenti svolti.

1) Si considerino in $\mathbb{R}^4$ i sottospazi vettoriali

$$U : \begin{cases} x_2 + x_4 = 0 \\ -x_1 + x_3 = 0 \end{cases}$$

$$V : \begin{cases} x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 = 0 \end{cases}$$

Trovare basi e dimensioni di $U, V, U \cap V, U + V$. Si dica se il vettore $v = (1, -1, 1, -1)$ appartiene alla somma $U + V$ e in caso affermativo lo si scriva come somma di un vettore di U e di uno di V.

2) Si consideri l'applicazione lineare $T : \mathbb{R}_2[x] \to \mathbb{R}_3[x]$ tra gli spazi dei polinomi di gradi rispettivamente ≤ 2 e ≤ 3 definita dall'integrale

$$T(p) = \int_0^x p$$

Si trovi una base di $Ker(T)$, una base di $Im(T)$, e le loro dimensioni. Si dica se T è iniettiva e se è suriettiva.

3) Nello spazio euclideo tridimensionale con un sistema di riferimento monometrico e ortogonale si considerino i punti $A = (0, 1, -1), B = (1, 1, 0), C = (1, 0, 1)$. Si calcoli l'angolo $A\hat{B}C$ e l'area del triangolo ABC. Si trovi l'equazione cartesiana del piano π passante per A, B, C. Si trovi l'equazione parametrica del piano σ passante per il punto $(3, -1, 0)$ e parallelo ai vettori $(1, 1, 1)$ e $(2, 1, 0)$. SI dimostri che π e σ sono incidenti e si trovi l'equazione parametrica della retta $\pi \cap \sigma$.

4) Data la matrice

$$M = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

si calcolino i suoi autovalori. Si dica se la matrice è diagonalizzabile e in caso affermativo si calcoli una base ortonormale di autovettori.

21 Settembre 2018

Esame scritto di Geometria per Ingegneria (lettera P-Z, Salvatore)

Svolgere i seguenti esercizi, spiegando chiaramente i procedimenti svolti.

1) Si considerino in $\mathbb{R}^4$ i sottospazi vettoriali

$$U : \begin{cases} x_2 + x_4 = 0 \\ x_1 + x_3 = 0 \end{cases}$$

$$V : \begin{cases} x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 = 0 \end{cases}$$

Trovare basi e dimensioni di $U, V, U \cap V, U + V$. Si dica se il vettore $v = (1, -1, 1, -1)$ appartiene alla somma $U + V$ e in caso affermativo lo si scriva come somma di un vettore di U e di uno di V.

2) Si consideri l'applicazione lineare $T : \mathbb{R}_3[x] \to \mathbb{R}_2[x]$ tra gli spazi dei polinomi di gradi rispettivamente ≤ 3 e ≤ 2 definita dalla derivata $T(p) = p'$. Si trovi una base di $Ker(T)$, una base di $Im(T)$, e le loro dimensioni. Si dica se T è iniettiva e se è suriettiva.

3) Nello spazio euclideo tridimensionale con un sistema di riferimento monometrico e ortogonale si considerino i punti $A = (1, 0, -1), B = (1, 1, 0), C = (1, 1, 1)$. Si calcoli l'angolo $A\hat{B}C$ e l'area del triangolo ABC. Si trovi l'equazione cartesiana del piano π passante per A, B, C. Si trovi l'equazione parametrica del piano σ passante per il punto $(3, 1, 0)$ e parallelo ai vettori $(1, 1, 1)$ e $(2, -1, 0)$. Si dimostri che π e σ sono incidenti e si trovi l'equazione parametrica della retta $\pi \cap \sigma$.

4) Data la matrice

$$M = \begin{pmatrix} -2 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

si calcolino i suoi autovalori. Si dica se la matrice è diagonalizzabile e in caso affermativo si calcoli una base ortonormale di autovettori.