

## COMPITO D'ESAME DI ALGEBRA LINEARE

19/12/2007

### Esercizio 1.

Si consideri la matrice

$$A = \begin{vmatrix} 2 & -9 & 3 \\ 2 & -7 & 2 \\ 2 & -6 & 1 \end{vmatrix}.$$

Si dica se  $A$  è diagonalizzabile, e in caso affermativo si trovi una base di autovettori.

### Esercizio 2.

Sia  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  la trasformazione lineare definita da

$$f(x, y, z) = (y - z, x - 3y + z, -2x + 4y - z).$$

- 1) Si scriva la matrice  $M_B^B(f)$  di  $f$  rispetto alla base canonica  $B = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ .
- 2) Si consideri la base  $C = \{(1, 1, 2), (3, 2, 2), (2, 1, 1)\}$  di  $\mathbb{R}^3$ . Si scrivano le matrici  $M_C^B(id)$  e  $M_B^C(id)$ , dove  $id : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  indica l'identità.
- 3) Si scriva la matrice  $M_C^C(f)$  di  $f$  rispetto alla base  $C$ , e si indichi l'eventuale relazione tra le matrici precedenti.

### Esercizio 3.

Sia  $U \subset \mathbb{R}^4$  il sottospazio generato dai vettori

$$\begin{vmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \\ 0 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{vmatrix}.$$

Si trovi una base ortonormale di  $U$ .