

## I ESONERO DI ALGEBRA LINEARE (Prof. S.Trapani)

12/11/2007

### Esercizio 1.

Sia  $V$  lo spazio vettoriale dei polinomi reali di grado minore o uguale a 2. Sia  $U \subset V$  il sottospazio contenente i polinomi  $p(x)$  tali che  $p(1) = 0$ . Sia  $W \subset V$  il sottospazio contenente i polinomi  $p(x)$  tali che  $p(-1) = 0$ . Si trovino basi per i sottospazi  $U$ ,  $W$ ,  $U \cap W$  e  $U + W$  di  $V$ .

### Esercizio 2.

Si discuta il seguente sistema lineare al variare del parametro  $k$ , e si trovino tutte le soluzioni quando il sistema è risolubile.

$$\begin{cases} 2x + ky + 2kz = 1 \\ kx + 2y + 2kz = 1 \\ kx + ky + 4z = 1 \end{cases}$$

### Esercizio 3.

Si estragga dall'insieme di vettori di  $\mathbb{R}^4$

$$\begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \\ 5 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \\ 3 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \\ 5 \end{vmatrix}$$

una base del sottospazio di  $\mathbb{R}^4$  generato dai suoi elementi.