

## ESAME DI ALGEBRA LINEARE

4/2/2008

Si svolgano i seguenti esercizi spiegando esplicitamente ogni passo dello svolgimento.

### Esercizio 1.

a) Si estragga dall'insieme dei vettori di  $\mathbb{R}^4$

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$$

una base del sottospazio  $V \subset \mathbb{R}^4$  da essi generato.

b) Si dica per quali valori reali di  $k$  il vettore

$$w = \begin{pmatrix} 1+k \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

appartiene a  $V$ , e per tali valori si calcolino le coordinate di  $w$  rispetto alla base del punto precedente.

### Esercizio 2.

Data la matrice

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

si calcoli il suo determinante. Se l'inversa di  $M$  esiste, la si calcoli.

### Esercizio 3.

Si consideri la matrice

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 6 \\ -6 & 4 & 9 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Si dica se  $A$  è diagonalizzabile. In caso affermativo si trovi una base di autovettori di  $A$ .

### Esercizio 4.

Sia  $U \subset \mathbb{R}^4$  il sottospazio delle soluzioni dell'equazione

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0.$$

Si trovi una base ortonormale di  $U$ .