



1 Febbraio 2016

Esame scritto di Geometria per Ingegneria (lettera P-Z, Salvatore)

Svolgere i seguenti esercizi, spiegando chiaramente i procedimenti svolti.

1) Si calcoli il determinante della seguente matrice e se ne calcoli l'inversa se questa esiste.

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

2) Si consideri la trasformazione lineare  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$  data da  $f(X) = AX$  dove

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

Si dica se  $f$  é iniettiva, suriettiva. Si determini una base di  $\ker(f)$  e una di  $\text{Im}(f)$ . Si determinino, se esistono, tutti i vettori  $v \in \mathbb{R}^3$  tali che  $f(v) = (3, 1, 2, 0)$ .

3) Si considerino nello spazio euclideo la retta  $r$  di equazione parametrica

$$\begin{cases} x = t \\ y = 1 - t \\ z = 1 + 2t \end{cases} \quad \text{e la retta } s \text{ di equazione parametrica } \begin{cases} x = 1 - s \\ y = s \\ z = s \end{cases}$$

Si dica se le rette  $r$  e  $s$  sono incidenti, parallele, sghembe, ortogonali.

Si determini l'equazione cartesiana del piano  $\pi$  parallelo a  $r$  e  $s$  passante per  $(1, 1, 1)$ . Infine si calcoli la distanza di  $\pi$  dall'origine.

4) Si consideri la matrice

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Si determinino gli autovalori di  $C$  e la loro molteplicitá geometrica.

Si dica se  $C$  é diagonalizzabile.

(Solo per l'esame da 6 crediti) Si dica se esiste una base ortonormale di autovettori di  $C$ , e in caso affermativo calcolarla.