

1 Febbraio 2016

Esame scritto di Geometria per Ingegneria (lettera P-Z, Salvatore)

Svolgere i seguenti esercizi, spiegando chiaramente i procedimenti svolti.

1) Si calcoli il determinante della seguente matrice e se ne calcoli l'inversa se questa esiste.

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

2) Si consideri la trasformazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$ data da $f(X) = AX$ dove

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

Si dica se f è iniettiva, suriettiva. Si determini una base di $\ker(f)$ e una di $\text{Im}(f)$. Si determinino, se esistono, tutti i vettori $v \in \mathbb{R}^3$ tali che $f(v) = (3, 1, 2, 0)$.

3) Si considerino nello spazio euclideo la retta r di equazione parametrica

$$\begin{cases} x = t \\ y = 1 - t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$$
 e la retta s di equazione parametrica $\begin{cases} x = 1 - s \\ y = s \\ z = s \end{cases}$

Si dica se le rette r e s sono incidenti, parallele, sghembe, ortogonali.

Si determini l'equazione cartesiana del piano π parallelo a r e s passante per $(1, 1, 1)$. Infine si calcoli la distanza di π dall'origine.

4) Si consideri la matrice

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Si determinino gli autovalori di C e la loro molteplicità geometrica.

Si dica se C è diagonalizzabile.

(Solo per l'esame da 6 crediti) Si dica se esiste una base ortonormale di autovettori di C , e in caso affermativo calcolarla.