

Analisi Matematica II
Integrali curvilinei

Esercizio 1. Calcolare la lunghezza delle seguenti curve, descritte con equazioni parametriche, o come grafici di funzioni

- (1) $\gamma(t) = (t^3, t^2)$, $t \in [0, 1]$,
- (2) $\gamma(t) = (\arccos t, \log t)$, $t \in [\frac{1}{2}, 1]$,
- (3) $\gamma(t) = (e^t - 1, e^{2t} + 1)$, $t \in [0, 1]$,
- (4) $\gamma(t) = (3t^2 + 10t, 4t^2 + 5t)$, $t \in [-1, 1]$,
- (5) $\gamma(t) = (t, \sqrt{8t}, \log t)$, $t \in [1, 2]$,
- (6) $\gamma(t) = (\frac{1}{4} \cos 2t, \cos^3 t, \sin^3 t)$, $t \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$,
- (7) $\gamma(t) = (4 \cos t - \cos 4t, 4 \sin t - \sin 4t)$, $t \in [0, 2\pi]$,
- (8) $\gamma(t) = (\cosh t \cos t, \cosh t \sin t, t)$, $t \in [0, 1]$.
- (9) $y = (3 + 2x)^{3/2}$, $x \in [0, 2]$,
- (10) $y = \log \cos x$, $x \in [0, \frac{\pi}{3}]$,
- (11) $y = \sqrt{1 + 2x}$, $x \in [0, \frac{3}{2}]$,
- (12) $y = \sqrt{\frac{x^3}{6-x}}$, $x \in [0, 5]$,
- (13) $y = x^2$, $x \in [1, 2]$,
- (14) $y = x + \frac{2}{3}x^{3/2}$, $x \in [0, 1]$,
- (15) [spirale logaritmica] $\varrho(\vartheta) = e^{3\vartheta}$, $\vartheta \in [0, 1]$.
- (16) [spirale di Archimede] $\varrho(\vartheta) = 2\vartheta$, $\vartheta \in [0, 1]$,

Esercizio 2. Calcolare $\int_{\gamma} f ds$, dove

- (1) $f(x, y) = \sin x + \cos y$ e $\gamma(t) = (\pi t, 2\pi t)$, $t \in [0, 1]$,
- (2) $f(x, y) = \sqrt{1 - y^2}$ e $\gamma(t) = (\cos t, \sin t)$, $t \in [0, \pi]$,
- (3) $f(x, y) = x^2 y$ e $\gamma(t) = (2 \cos t, 2 \sin t)$, $t \in [\pi/2, \pi]$,
- (4) $f(x, y) = \frac{x}{1+y^2}$ e $\gamma(t) = (\cos t, \sin t)$, $t \in [0, \pi/2]$,
- (5) $f(x, y) = x^3 + y$ e $\gamma(t) = (2t, t^3)$, $t \in [0, 1]$,
- (6) $f(x, y, z) = z$ e $\gamma(t) = (3 \cos t, 3 \sin t, 4t)$, $t \in [0, 2\pi]$,
- (7) $f(x, y, z) = \sqrt{z}$ e $\gamma(t) = (\cos t, \sin t, t^2)$, $t \in [0, 1]$,
- (8) $f(x, y) = \sqrt{x + 2y}$ e γ è il segmento di $\mathbb{R}^2$ congiungente i punti $(1, 2)$ e $(3, 6)$,
- (9) $f(x, y) = x^2$ e γ è il grafico della funzione $y = \log x$, $x \in [1, 2]$,
- (10) $f(x, y) = y^2$ e γ è il grafico della funzione $y = e^x$, $x \in [0, \log 2]$,
- (11) $f(x, y) = y$ e γ è il grafico della funzione $y = \sqrt{1 + x^2}$, $x \in [0, 1]$,

(12) $f(x,y) = \sqrt{x^2+y^2}$ e γ è la curva di equazione polare $\varrho(\vartheta) = \vartheta, \vartheta \in [0,1]$.

