

Analisi II - Ingegneria Gestionale - 19 Gennaio 2022
Esame scritto

Cognome e Nome:
Matricola:

1) Calcolare il seguente integrale improprio

$$\int_D \frac{1}{(x+y)^{3/2}} dx dy ,$$

dove $D := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq y \leq -x + 1 \text{ , } x \leq y \leq 2x\}$

2) Sia data la funzione

$$f(x, y) = 2 + 4x^2 + y^2 - 4xy + x^3 + x^4$$

- a) Studiare gli estremi liberi della funzione.
- b) Determinare i punti di massimo e minimo relativo della funzione nella regione

$$E := \{(x, y) \mid x \geq 1\}$$

3) Data la funzione

$$f(x, y) = (1 + x - 2y)^{1/3} x$$

- a) Studiare la continuità, la derivabilità e la differenziabilità della funzione su $\mathbb{R}^2$.
- b) Calcolare le derivate direzionali e la normale al piano tangente al grafico della funzione in $(0, 1)$.

4) Sia data la forma differenziale

$$\omega := \frac{y}{(-1 + 3xy)^{2/3}} dx + \frac{x}{(-1 + 3xy)^{2/3}} dy \text{ .}$$

- a) Stabilire se ω è chiusa e se è esatta. Qualora ω fosse esatta, calcolarne una primitiva.
- b) Data la forma differenziale $\omega_1 = \frac{y^2}{2} dx$ calcolare l'integrale di $\omega + \omega_1$ lungo il segmento $(0, 0) \rightarrow (-1, 1)$

Analisi II - Ingegneria Gestionale - 19 Gennaio 2022
Esame scritto

Cognome e Nome:

Matricola:

1) Calcolare il seguente integrale improprio

$$\int_D \frac{1}{(x+y)^{4/3}} dx dy ,$$

dove $D := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq y \leq -x + 2 \text{ , } x \leq y \leq 2x\}$

2) Sia data la funzione

$$f(x, y) = 2 + 4x^2 + y^2 - 4xy - x^3 + x^4$$

a) Studiare gli estremi liberi della funzione.

b) Determinare i punti di massimo e minimo relativo della funzione nella regione

$$E := \{(x, y) \mid x \geq 1\}$$

3) Data la funzione

$$f(x, y) = (1 + x - 3y)^{1/3} x$$

a) Studiare la continuità, la derivabilità e la differenziabilità della funzione su $\mathbb{R}^2$.

b) Calcolare le derivate direzionali e la normale al piano tangente al grafico della funzione in $(0, 1)$.

4) Sia data la forma differenziale

$$\omega := \frac{y}{(-1 + 2xy)^{2/3}} dx + \frac{x}{(-1 + 2xy)^{2/3}} dy \text{ .}$$

a) Stabilire se ω è chiusa e se è esatta. Qualora ω fosse esatta, calcolarne una primitiva.

b) Data la forma differenziale $\omega_1 = \frac{y^2}{2} dx$ calcolare l'integrale di $\omega + \omega_1$ lungo il segmento $(0, 0) \rightarrow (-1, 1)$

Analisi II - Ingegneria Gestionale - 19 Gennaio 2022
Esame scritto

Cognome e Nome:

Matricola:

1) Calcolare il seguente integrale improprio

$$\int_D \frac{1}{(x+y)^{3/2}} dx dy ,$$

dove $D := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq y \leq -x + 2 \text{ , } x \leq y \leq 2x\}$

2) Sia data la funzione

$$f(x, y) = 2 + 4x^2 + y^2 - 4xy + x^3 + x^4$$

a) Studiare gli estremi liberi della funzione.

b) Determinare i punti di massimo e minimo relativo della funzione nella regione

$$E := \{(x, y) \mid x \geq 1\}$$

3) Data la funzione

$$f(x, y) = (1 + x - 3y)^{1/3} x$$

a) Studiare la continuità, la derivabilità e la differenziabilità della funzione su $\mathbb{R}^2$.

b) Calcolare le derivate direzionali e la normale al piano tangente al grafico della funzione in $(0, 1)$.

4) Sia data la forma differenziale

$$\omega := \frac{y}{(-1 + 3xy)^{2/3}} dx + \frac{x}{(-1 + 3xy)^{2/3}} dy \text{ .}$$

a) Stabilire se ω è chiusa e se è esatta. Qualora ω fosse esatta, calcolarne una primitiva.

b) Data la forma differenziale $\omega_1 = \frac{y^2}{2} dx$ calcolare l'integrale di $\omega + \omega_1$ lungo il segmento $(0, 0) \rightarrow (-1, 1)$