

Analisi II - Ingegneria Gestionale - 6 Settembre 2022
Esame scritto - Appello I

Cognome e Nome:
Matricola:

1) *Data la funzione*

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^2 + 4y^4} & , (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & , (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

studiarne la continuità, la derivabilità e la differenziabilità in $\mathbb{R}^2$.

2) *Calcolare il seguente integrale*

$$\int_D \frac{y}{x} \arctan\left(\frac{y}{x}\right) dx dy ,$$

dove $D := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq y \leq 2x, 1 \leq xy \leq 2\}$.

3) *Sia data la funzione*

$$f(x, y) = 2 + x^2 - 4x^2y + y^4.$$

a) *Studiare gli estremi liberi della funzione.*

b) *Studiare gli estremi relativi della funzione nella regione*

$$E := \{(x, y) \mid x \leq 1\}$$

4) *Si consideri la forma differenziale in $\mathbb{R}^2$ definita da*

$$\omega(x, y) = \frac{8x - 4x^2 - y^2 + 16}{4x^2 + y^2 - 16} dx + \frac{2y}{4x^2 + y^2 - 16} dy$$

1. *Determinare se ω è chiusa ed esatta. In caso si tratti di una forma esatta calcolarne la primitiva.*

2. *Calcolare l'integrale di ω lungo la curva di equazione $y = x^2$ per $x \in [0, 1]$.*

5) *Calcolare il volume del solido definito nel modo seguente*

$$V := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 0 \leq z^3 \leq (x^2 + 2y^2) \leq 8\} .$$