Integrazione

1. Calcolare i seguenti integrali definiti/indefiniti (sostituzione)
   (a) $\int_1^e \frac{\ln(2x)}{x}$
   (b) $\int_0^1 \frac{\arctan(2x)}{2+8x^2}$
   (c) $\int \sinh(\cos(x^3))\sin(x^3)x^2$
   (d) $\int \frac{\sqrt[3]{\tan(\ln(2x))}}{\cos^2(\ln(2x)x}$
   (e) $\int \tan^2(x)$
2. Calcolare i seguenti integrali definiti/indefiniti(per parti e sostituzione)
   (a) $\int (2x^2+x)\sin(x)$
   (b) $\int \arcsin(x)$
   (c) $\int e^{-3x}(x^3+2x)$
   (d) $\int e^{x^2}(x^3+x)$
   (e) $\int e^{2x}\cos(x)$
   (f) $\int \cos(2x)\sin(x)$
   (g) $\int \cos^4(x)\sin^3(x)$
   (h) $\int \cos^2(x)\sin^2(x)$
3. Calcolare i seguenti integrali definiti/indefiniti di funzioni razionali
   (a) $\int_0^1 \frac{x^3}{(x+1)}$
   (b) $\int \frac{x+1}{x^2+x+2}$
   (c) $\int_0^{1/2} \frac{x+2}{x^2-1}$
   (d) $\int \frac{1}{(x-3)(x^2-4x+3)}$
   (e) $\int \frac{x}{(x^2+1)(x^2-3x+2)}$
   (f) $\int \frac{1}{x(x^2+1)^2}$
   (g) $\int \frac{3}{x(x^2-1)(x^2+x)}$
4. Date le funzioni

$$g(x) := \frac{|x|}{1+x^2} \quad ; \quad f(x) := \begin{cases} xe^{-x^2}, & x \geq 1 \\ \frac{x}{(1+x^2)^2} & x < 1 \end{cases} \quad ; \quad h(x) := \frac{\tan(x)\, e^{x^2}}{2+x^2}$$

calcolare gli integrali definiti

$$\int_{-2}^{2} g(x) \quad ; \quad \int_{-2}^{2} f(x) \quad ; \quad \int_{-1}^{1} h(x)$$

5. Calcolare i seguenti limiti

$$\lim_{x\to 0} \frac{\int_0^x (e^{-t^2} - \cos(t\sqrt{2}))dt}{x\sin(x^4)} \quad ; \quad \lim_{x\to 0} \frac{x\int_0^x (e^{-t^2} \frac{\sin(t)}{t})dt}{\sin(x^2)}$$

6. Provare che la funzione $F(x)$ definita da

$$F(x) = \int_0^x f(t)dt \qquad \text{dove} \qquad f(x) := \begin{cases} \sin(x)/x\,, & x \neq 0 \\ 1\,, & x = 0 \end{cases}$$

risulta, definitivamente in $x = 0$, crescente.

7. Si consideri la funzione

$$f(x) := \int_0^x e^{-t^2} dt \ , \qquad x \in \mathbb{R}\,.$$

(a) Determinare il polinomio di Taylor di ordine 5 in $x_0 = 0$ della funzione $f(x)$.

(b) Provare che la funzione ínvertivbile in $\mathbb{R}$ e calcolare la derivata della funzione inversa nel punto $y_0 = f(x_0)$ con $x_0 = 0$