

Si trova un insieme aperto denso D
tale che ~~$\mu(D) > 0$~~ $|C_D| \neq 0$

• Si trova un sottoinsieme non-misurabile
di $\mathbb{R}^2$.

• (F) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tale che
 f_1, f_2 integrabile, $(f_1 + f_2)^2$ non è
integrabile.

• Sia $f \in L^1(\mathbb{R})$

$$\gamma(E) = \int_E f$$

Da $L^1(\mathbb{R})$

Allora γ è una misura σ -additiva

$$= L^1(\mathbb{R}), \quad \underline{L^1(\mathbb{R})}, \quad \int f_{\text{gr}}$$

Problemi (Analisi Reale)

(Settimana 45)

- $f: [a, b] \times [c, d]$ continua separatamente

Si dimostra che f è misurabile

Hint $f_{mn}(x, y) = f\left(\frac{[mx]}{m}, \frac{[ny]}{n}\right)$

per $[a, b] \times [c, d] = [0, 1]^2$

- Calcolare $\int_0^{\infty} e^{-x^2} dx$

- Se f è continua g.o. sul $[a, b]$,

f limitata allora f è integrabile Riemann

- Se f è di classe C^1 sul $[a, b] \times [c, d]$

allora $\frac{\partial}{\partial x} \left(\int_c^d f(x, y) dy \right) = \int_c^d \frac{\partial f}{\partial x}(x, y) dy$

per $x \in [a, b]$

Hint: Si usi la ~~teorema~~ ^{teorema} di convergenza
dominata

Altri problemi

- $L^1(\mathbb{N})$, $L^1(\mathbb{R})$ sono spazi normati completi.
- $L^2(\mathbb{N})$, $L^2(\mathbb{R})$ sono spazi normati completi.

• Calcolate l'integrale improprio (RIEMANN)

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin x}{x} dx$$

HINT Si usa $\int_0^{\infty} e^{-ax} dx = \frac{1}{a}$ per $a > 0$
e FUBINI

- Esista (f_n) successione convergente in $L^1(\mathbb{R})$
verso $f \in L^1(\mathbb{R})$, tale che f_n sono integrabili
Riemann, ma f non è integrabile Riemann.