

Appello 1 Calcolo 2 Fisica 25.01.2019

Non é consentito l'uso di libri o fotocopie, ad eccezione del materiale scritto a mano con le formule. Non é consentito l'uso di strumenti di comunicazione.

Durante l'esame NON é consentito lasciare l'aula o fare domande.

Un esercizio, senza la giustificazione dei passaggi eseguiti, NON sarà preso in considerazione.

Le risposte non motivate, senza calcoli o incomprensibili non saranno prese in considerazione.

Consegnare solo questi fogli.

1. (6 pt)

Dato il sistema di equazioni differenziali

$$x' = y - x^3$$

$$y' = -3x^5$$

si studi la stabilità dell'origine trovando una eventuale funzione di Lyapunov (suggerimento: si provi con polinomi della forma $x^n + y^m$).

2. (6 pt) Si risolva l'equazione differenziale:

$$y' + \frac{y(x + y + 1)}{2y + x} = 0,$$

con la condizione iniziale $y(1) = -1$ (suggerimento: si trovi un fattore integrante).

3. (3 pt) **A.** Si consideri la superficie

$$S = \{(x, y, z) | z = 2 - x - y, x^2 + y^2 \leq 1\}.$$

L'orientazione di S è tale che il vettore normale è orientato verso alto. Si calcoli (con il teorema di Stokes) l'integrale:

$$\int_{\partial S} -y^3 dx + x^3 dy + dz.$$

(3 pt) **B** Si rifaccia lo stesso calcolo direttamente, con la definizione dell'integrale di una forma differenziale lungo la curva ∂S .

4 (6 pt) Si consideri la superficie

$$S = \{(x, y, z) | z = 4 - x^2 - y^2, z \geq 0\},$$

orientata nel verso della normale interna del paraboloido S .

Si consideri il campo vettoriale

$$\vec{F}(x, y, z) = (x, y, z).$$

Calcolare il flusso del campo vettoriale \vec{F} attraverso S .

5 (3pt)A Si consideri la funzione $f : [-\pi, \pi] \rightarrow R$:

$$f(t) = |t|,$$

estesa, con periodo 2π , su tutto l'insieme dei numeri reali R . Si calcoli la serie Fourier di f .

(3 pt)B Si consideri la funzione $g : R \rightarrow R$

$$g(t) = \sum_{k=1}^{10} \cos(kt), t \in R.$$

Si usi il punto precedente per calcolare

$$\int_{[-\pi, \pi]} f(t)g(t) dt.$$