

FACOLTÀ DI INGEGNERIA
CALCOLO DELLE PROBABILITÀ E STATISTICA
APPELLO DEL 23 SETTEMBRE 2002
A.A. 2001-2002

Le risposte non motivate non sono prese in considerazione

- Completare subito questa pagina con nome, cognome, matricola e corso di laurea.
- Scrivere nome e cognome **su ogni foglio**.
- Scrivere solamente su questi fogli, **anche dietro** se occorre.
- Non sono ammessi libri, quaderni o altri fogli; è ammesso l'uso di una calcolatrice tascabile, purché non grafica.

Nome e Cognome↓	Matricola ↓	Corso di Laurea↓
		☐ I anno informatica ☐ altro

ESERCIZIO	PUNTEGGIO
1	/10
2	/10
3	/10
TOTALE	/30

Tavole della funzione di ripartizione della legge $N(0, 1)$.

x	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.50000	.50399	.50798	.51197	.51595	.51994	.52392	.52790	.53188	.53586
0.1	.53983	.54380	.54776	.55172	.55567	.55962	.56356	.56750	.57142	.57535
0.2	.57926	.58317	.58706	.59095	.59483	.59871	.60257	.60642	.61026	.61409
0.3	.61791	.62172	.62552	.62930	.63307	.63683	.64058	.64431	.64803	.65173
0.4	.65542	.65910	.66276	.66640	.67003	.67364	.67724	.68082	.68439	.68793
0.5	.69146	.69497	.69847	.70194	.70540	.70884	.71226	.71566	.71904	.72240
0.6	.72575	.72907	.73237	.73565	.73891	.74215	.74537	.74857	.75175	.75490
0.7	.75804	.76115	.76424	.76731	.77035	.77337	.77637	.77935	.78230	.78524
0.8	.78814	.79103	.79389	.79673	.79955	.80234	.80511	.80785	.81057	.81327
0.9	.81594	.81859	.82121	.82381	.82639	.82894	.83147	.83398	.83646	.83891
1.0	.84134	.84375	.84614	.84850	.85083	.85314	.85543	.85769	.85993	.86214
1.1	.86433	.86650	.86864	.87076	.87286	.87493	.87698	.87900	.88100	.88298
1.2	.88493	.88686	.88877	.89065	.89251	.89435	.89617	.89796	.89973	.90147
1.3	.90320	.90490	.90658	.90824	.90988	.91149	.91309	.91466	.91621	.91774
1.4	.91924	.92073	.92220	.92364	.92507	.92647	.92786	.92922	.93056	.93189
1.5	.93319	.93448	.93574	.93699	.93822	.93943	.94062	.94179	.94295	.94408
1.6	.94520	.94630	.94738	.94845	.94950	.95053	.95154	.95254	.95352	.95449
1.7	.95543	.95637	.95728	.95819	.95907	.95994	.96080	.96164	.96246	.96327
1.8	.96407	.96485	.96562	.96638	.96712	.96784	.96856	.96926	.96995	.97062
1.9	.97128	.97193	.97257	.97320	.97381	.97441	.97500	.97558	.97615	.97670
2.0	.97725	.97778	.97831	.97882	.97933	.97982	.98030	.98077	.98124	.98169
2.1	.98214	.98257	.98300	.98341	.98382	.98422	.98461	.98500	.98537	.98574
2.2	.98610	.98645	.98679	.98713	.98745	.98778	.98809	.98840	.98870	.98899
2.3	.98928	.98956	.98983	.99010	.99036	.99061	.99086	.99111	.99134	.99158
2.4	.99180	.99202	.99224	.99245	.99266	.99286	.99305	.99324	.99343	.99361
2.5	.99379	.99396	.99413	.99430	.99446	.99461	.99477	.99492	.99506	.99520
2.6	.99534	.99547	.99560	.99573	.99585	.99598	.99609	.99621	.99632	.99643
2.7	.99653	.99664	.99674	.99683	.99693	.99702	.99711	.99720	.99728	.99736
2.8	.99745	.99752	.99760	.99767	.99774	.99781	.99788	.99795	.99801	.99807
2.9	.99813	.99819	.99825	.99831	.99836	.99841	.99846	.99851	.99856	.99861

Esercizio 1. Un'urna contiene 100 dadi di cui la metà sono equilibrati, mentre gli altri sono stati manipolati in modo che per ciascuno di essi, la probabilità di ottenere 1 sia $1/2$. Un dado viene estratto a caso e lanciato più volte. Indichiamo con X_i il risultato dell' i -esimo lancio.

- a) Calcolare la probabilità di avere 1 all' i -esimo lancio, ovvero $P(X_i = 1)$.
- b) Calcolare la probabilità di avere 1 nei primi n lanci.
- c) Calcolare la probabilità di avere 1 al terzo lancio sapendo che si è avuto 1 nei primi 2 lanci.
- d) Sia Z la variabile aleatoria che conta il numero di prove necessarie per ottenere il primo 1. Qual è la probabilità che $Z = k$, k un intero positivo?

Svolgimento:

Esercizio 2. Sia X una variabile aleatoria di legge uniforme nell'intervallo $(-1,1)$, ovvero con densità $f_X(x) = \frac{1}{2}$ per $x \in (-1,1)$ e $f_X(x) = 0$ altrimenti. Siano $Y = X^2$ e $Z = X^3$.

- a) Calcolare la media di Y e di Z .
- b) Scrivere le funzioni di ripartizione e le densità di probabilità di Y e di Z .

Svolgimento:

Esercizio 3. Indichiamo con S_n il numero di teste su n lanci di una moneta che dà testa con probabilità p . Usando l'approssimazione normale:

a) nel caso $p = 0.5$ e $n = 100$, stimare

$$P(40 < S_{100} < 60);$$

b) nel caso $p = 0.5$ e $n = 1600$ stimare $\delta > 0$ affinché

$$P(800 - \delta < S_{1600} < 800 + \delta) > 0.95;$$

c) nel caso $p = 0.25$ stimare il numero di lanci affinché

$$P\left(0.20 < \frac{S_n}{n} < 0.30\right) > 0.95.$$

Svolgimento: